



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
CALCULO APLICADO



Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- - **Lee cuidadosamente** cada pregunta antes de responder.
- - Se permite el uso de calculadoras y notas de clase.
- - **No** se permite el uso de **dispositivos electrónicos** para comunicación o acceso a internet.
- - La información proporcionada debe ser tu propio trabajo. No se permite colaboración entre estudiantes.

Sección I – Preguntas de opción múltiple. Marca la opción que consideres correcta. (_____/30 puntos)

1. ¿Qué representa geométricamente la expresión $\pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$?

- a) El área entre dos curvas en el intervalo $[a,b]$
- b) El volumen de un sólido generado por revolución mediante discos sólidos
- c) El volumen de un sólido hueco generado por cilindros
- d) La longitud de una curva rotada en el plano

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa respecto a la regla de Simpson?

- a) Requiere que el número de subintervalos sea par
- b) Tiene mayor precisión que el método del trapecio
- c) Es exacta para cualquier polinomio de tercer grado
- d) Siempre da resultados exactos si $n \geq 2$

3. ¿Cuál de las siguientes condiciones no es obligatoria para aplicar el método de arandelas?

- a) Que exista una región limitada por dos curvas
- b) Que el eje de revolución sea perpendicular al eje de integración
- c) Que las funciones se crucen dentro del intervalo
- d) Que las funciones sean continuas en el intervalo de integración (x) no es integrable en $[0, \pi]$

4. El volumen generado al girar una región acotada por $y=f(x)$ alrededor del eje y requiere:

- a) Expresar x como función de y
- b) Aplicar el método de discos
- c) Integrar respecto a x
- d) Ninguna de las anteriores

5. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa correctamente el volumen de un sólido generado al girar $y = e^{-x^2}$, de $x = 0$ a $x = 1$, alrededor del eje x?

- a) $\int_0^1 \pi \cdot e^{-2x} dx$
- b) $\int_0^1 \pi \cdot (e^{-x^2})^2 dx$
- c) $\int_0^1 \pi \cdot e^{-x^2} dx$
- d) $\int_0^1 2\pi x \cdot e^{-x^2} dx$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
CALCULO APLICADO

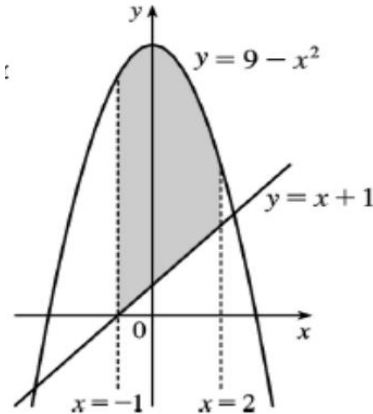


Sección II – Ejercicios prácticos. Proporciona respuestas claras(____/30 puntos)

1. Utiliza el método del trapecio con $n = 4$ subintervalos para aproximar:

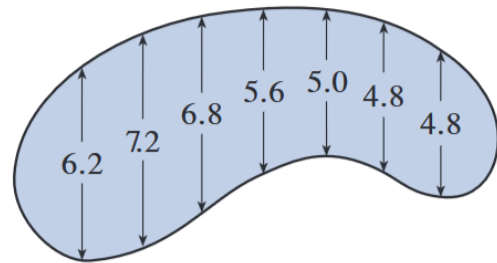
$$\int_0^2 \frac{1}{1+x^2} dx$$

2. Encuentra el área de la región sombreada



Sección III: Problemas para Resolver - Resuelve solo DOS problemas mostrando todos los pasos necesarios para llegar a la solución. (____/ 40 puntos)

1. Los anchos (en metros) de una piscina en forma de riñón se midieron a intervalos de 2 metros, como se indica en la figura. Usando la regla del punto medio, estime el área de la piscina

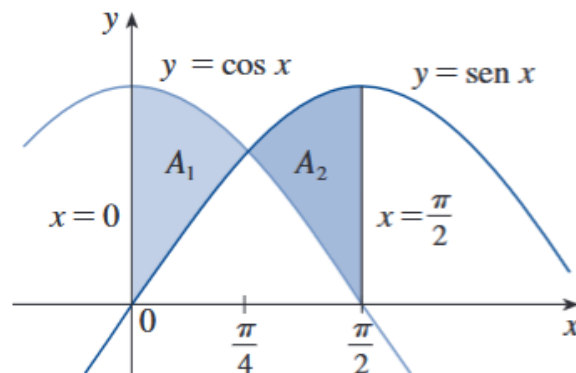


2. Determina el volumen del sólido generado al girar la región encerrada por

$$y = x^2, y = 0, x = 2$$

alrededor de la recta vertical $x = 3$

3. Calcula el área sombreada ($A_1 + A_2$)





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
CALCULO APLICADO



Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- - **Lee cuidadosamente** cada pregunta antes de responder.
- - Se permite el uso de calculadoras y notas de clase.
- - **No** se permite el uso de **dispositivos electrónicos** para comunicación o acceso a internet.
- - La información proporcionada debe ser tu propio trabajo. No se permite colaboración entre estudiantes.

Sección I – Preguntas de opción múltiple. Marca la opción que consideres correcta. (____/30 puntos)

1. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa una forma indeterminada del tipo $\infty - \infty$?

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} - \ln(x)$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$

2. La regla de L'Hôpital puede aplicarse cuando:

- a) El límite es del tipo a/b con $a \neq 0$
- b) El límite es indeterminado del tipo $0/0$ o ∞/∞
- c) El límite no existe de forma oscilatoria
- d) Siempre que haya una derivada en el numerador

3. ¿Qué significa que una integral impropia converja?

- a) Que se pueda calcular por Riemann
- b) Que el área bajo la curva sea finita
- c) Que la función sea continua
- d) Que no existe ningún punto de discontinuidad

4. ¿Cuál de las siguientes expresiones requiere reescritura previa para aplicar L'Hôpital?

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{1/x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln(x)}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$

5. El límite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^x$ representa una forma:

- a) ∞^0 , se transforma usando logaritmo natural
- b) 0^0 , y da 1
- c) 1^∞ , pero se resuelve directamente
- d) Ninguna, no es indeterminación

Sección II – Ejercicios prácticos. Proporciona respuestas claras(____/30 puntos)

1. Evalúa el límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$



2. Determina si la integral impropia converge o diverge:

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x (\ln x)^2} dx$$

Sección III: Problemas para Resolver - Resuelve solo **DOS** problemas mostrando todos los pasos necesarios para llegar a la solución. (____/ 40 puntos)

1. Evalúa el siguiente límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x - \text{sen}(x)}{x^3}$$

2. Determina si converge la integral

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

3. Determina si converge la integral:

$$\int_2^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

4. Evalúa el siguiente límite

$$\lim_{n \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\tan(x)} \right)$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
CALCULO APLICADO



Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- - **Lee cuidadosamente** cada pregunta antes de responder.
- - **NO** Se permite el uso de calculadoras y notas de clase.
- - **No** se permite el uso de **dispositivos electrónicos** para comunicación o acceso a internet.
- - La información proporcionada debe ser tu propio trabajo. No se permite colaboración entre estudiantes.

1. Calcula el límite de la sucesión

$$a_n = \frac{n^2 + \ln n}{n^2 + 1}$$

2. Calcula el límite de:

$$a_n = \frac{\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n}{n}$$

3. Determina si la sucesión converge. Si converge, da su límite:

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

4. ¿Converge la sucesión? Justifica:

$$a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

5. ¿Converge la sucesión? Si es así, ¿cuál es su límite?

$$a_n = \frac{n!}{n^n}$$

6. Determina si convergen o divergen, justifica la respuesta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\frac{1}{\ln n}}}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{1-\frac{1}{\ln n}}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$$



NOMBRE DEL ALUMNO: _____.

CÁLCULO APLICADO

EXAMEN

(1era. Evaluación del Curso)

FECHA: _____.

CALIFICACIÓN: _____.

I) – Aplicando la suma de Riemann determinar el área bajo la curva de la función: $f(x) = \frac{x^2}{2} + 3$ entre $x = -1$ y $x = 5$. **(25 puntos)**

II) – Estimar la integral dada mediante la regla del trapecio con $n = 6$. **(25 puntos)**

$$\int_1^2 \frac{x^4}{e^{x^2}} dx$$

III) – Estimar la integral dada mediante Simpson 1/3 con $n = 6$. **(25 puntos)**

$$\int_1^3 \sqrt{2 + x^3} dx$$

IV) – Encontrar el área comprendida entre las funciones que se indican. Recuerda trazar el gráfico para ayudarte a definir la o las integrales correspondientes. **(25 puntos)**

$$y = 3 - \frac{x^3}{4} \quad ; \quad y = 3 - x$$



NOMBRE DEL ALUMNO: _____.

CÁLCULO APLICADO

EXAMEN

II

FECHA: _____.

CALIFICACIÓN: _____.

I) – Entre: $x = 1$ y $x = 2$ se hacer girar la función: $y = 2\sqrt{x^3} + 5$. Considera como eje de rotación $y = 2$ y calcula:

a) El volumen del sólido de revolución formado (utiliza el método que consideres apropiado: disco, arandela o capas cilíndricas). (20 puntos)

b) El valor preciso de la longitud del arco (función dada) que se hizo rotar para formar el sólido. (20 puntos)

c) El área de la superficie del sólido de revolución. Solo para este punto en particular puedes utilizar algún método numérico para resolver la integral planteada. (20 puntos)

II) – Mediante el método del disco, de la arandela o de las capas cilíndricas, según lo consideres correspondiente, calcula el volumen del sólido que se genera al rotar la región limitada por las curvas: $y = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$ y $y = x^2$. Considera como eje de rotación $x = 6$. (40 puntos)

NOMBRE DEL ALUMNO: _____.

CÁLCULO APLICADO

EXAMEN

(Sucesiones y Series)

FECHA: _____.

CALIFICACIÓN: _____.

INSTRUCCIONES: revisa lo que se te pide en los incisos I), II) y III) y resuelve.

I) – Con base en las sucesiones a_n y b_n que se presentan en la tabla, deduce el término general de la nueva sucesión c_n resultante de acuerdo con las operaciones que se plantean. Por otra parte, determina el valor correspondiente del término que se indica en la tabla y que pertenece a dichas sucesiones, recuerda que para esto debes de analizar detalladamente los patrones representativos de todas las sucesiones que se hayan planteado. **(30 puntos)**

Sucesión/n	1	2	3	4	...	500	...	n
a_n	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{11}{6}$	
b_n	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{9}{16}$	
$c_n = a_n + b_n$					
$c_n = a_n - b_n$					
$c_n = a_n * b_n$					
$c_n = a_n / b_n$					

II) – Identifica el tipo de serie que se plantea (geométrica o telescópica), consigue la estructura correspondiente y determina si las sumatorias que se presentan a continuación son convergentes o divergentes. En caso de tratarse de series convergentes, determina el valor de convergencia.

(a)	(b)
15 puntos	15 puntos
$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1+3^n}{4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16(n+2)}{n^2(n+4)^2}$

III) – Determina por lo menos 4 términos de la serie de McLaurin en el problema del inciso “a” **(20 puntos)** y 4 términos de la serie de Taylor del problema en el inciso “b” **(20 puntos)**.

a) $f(x) = e^x \operatorname{sen}(x)$; **b)** $f(x) = \ln|\operatorname{sen}(x)|$ para $a = \frac{\pi}{6}$

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
ACADÉMICA DE CIENCIAS BÁSICAS

PRIMER EXAMEN PARCIAL
CÁLCULO APLICADO

Nombre del alumno: _____

Número de boleta: _____ Grupo: _____

11 de abril de 2025

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma clara, si no se entiende su procedimiento no se tomará en cuenta. Si se presentan soluciones idénticas, los exámenes serán automáticamente anulados.

1. Calcular el área bajo la gráfica de la función $f(x) = 4 - (x - 1)^2$ en el intervalo $[-1, 4]$, usando sumas de Riemann.
2. Calcular el valor de la integral $\int_{-2}^1 (x^3 + x^2 + x + 1) dx$ usando la definición de integral como el límite de sumas de Riemann.
3. Calcular $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \sqrt{t^2 + 4} dt$
4. Hallar la derivada de la función $f(x)$ si $f(x) = \int_0^x x^3 \cos(t^2) dt$
5. Determinar el valor aproximado de la integral $\int_{-1}^1 \sqrt{1 + x^3} dx$, usando la Regla del Trapecio y la Regla de Simpson con $n = 8$
6. Calcular el área de la región acotada por las gráficas de las funciones $y = x^4 - 2x^2 + 1$ y $y = 1 - x^2$.
7. Dada la región limitada por la función $x = 2\sqrt{y}$, la recta $y + x = 3$ y el eje y ; determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto:
a) al eje y , b) a la recta $y = 3$, c) a la recta $x = 2$ y d) al eje x .
8. Dada la región limitada por la función $x = 4 - (y - 1)^2$ y la recta $y + x = 3$, determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto:
a) a la recta $y = 3$, b) al eje y , c) a la recta $x = 4$ y d) a la recta $y = -1$
9. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $y = 2\sqrt{\sin x}$ en $[0, \pi]$ en x . Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje x son cuadrados con su diagonal en la base del sólido.
10. Hallar la longitud de la curva definida por la función $y = \int_0^x \sqrt{\cos 2t} dt$ desde $x = 0$ hasta $x = \frac{\pi}{4}$

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
ACADÉMICA DE CIENCIAS BÁSICAS

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
CÁLCULO APLICADO

Nombre del alumno: _____

Número de boleta: _____ Grupo: _____

23 de mayo del 2025

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma clara, si no se entiende su procedimiento no se tomará en cuenta. Si se presentan soluciones idénticas, los exámenes serán automáticamente anulados.

Calcular el valor del límite, si es que existe

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \ln(\cos x)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sinh x)^{\operatorname{csch} x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sinh x)$

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\coth x}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x - 5} - x$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin x - x \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x - x}{\sinh x - x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{2x}$

Determinar si la integral converge o diverge, si converge calcular su valor

11. $\int_0^{\infty} \ln x dx$

12. $\int_4^{\infty} \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$

13. $\int_0^{\infty} \log x dx$

14. $\int_3^{\infty} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$

15. $\int_{-\infty}^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$

16. $\int_0^2 x (\ln x)^2 dx$

17. $\int_{-1}^{\infty} \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx$

18. $\int_0^2 x^2 \ln x dx$

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
ACADÉMICA DE CIENCIAS BÁSICAS

TERCER EXAMEN PARCIAL
CÁLCULO APLICADO

Nombre del alumno: _____

Número de boleta: _____ Grupo: _____

30 de junio del 2025

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma clara, si no se entiende su procedimiento no se tomará en cuenta. Si se presentan soluciones idénticas, los exámenes serán automáticamente anulados.

1. Determinar la sucesión de sumas parciales de la serie $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2-5n+6}$, si la serie converge o diverge y si converge dar su suma.
2. Determinar la sucesión de sumas parciales de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$, si la serie converge o diverge y si converge dar su suma.
3. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^2+1}$ converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia para series de términos positivos
4. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2+2n+1}$ converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia para series de términos positivos
5. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{(2(n+1))!}$ converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.
6. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2}{(3n)!}$ converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.
7. Determinar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=10}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n}-3}$
8. Determinar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\ln n)(x-1)^n}{n^5}$
9. Determinar la Serie de Taylor de la función $f(x) = \sinh(x-1)$ en $a = 1$
10. Determinar la Serie de Taylor de la función $f(x) = \cos x$ en $a = \frac{\pi}{2}$
11. Determinar la Serie de McLaurin de la función $f(x) = \frac{1}{1-x}$
12. Determinar la Serie de McLaurin de la función $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$