

NOMBRE: \_\_\_\_\_.

## ECUACIONES DIFERENCIALES

### EXAMEN I

( Solución de una Ecuación Diferencial, Ecuaciones Diferenciales Separables, Homogéneas y Exactas )

FECHA: \_\_\_\_\_.

CALIFICACIÓN: \_\_\_\_\_.

**I) – Demuestra que la función dada es solución de la ecuación diferencial que se indica (10 puntos).**

Función:  $y = \sqrt{x - \ln(x + 1)}$  ; Ecuación Diferencial:  $2y(x + 1) \frac{dy}{dx} = x$

**II) – Resuelve la siguiente ecuación diferencial por el método de separación de variables (30 puntos).**

$(1 + y^2)(e^{2x}dx - e^y dy) - (1 + y)dy = 0$  Sol. Gral.:  $\frac{1}{2}e^{2x} - e^y - \ln\sqrt{1 + y^2} - \arctan(y) = C$

**III) – Utilizando el método de ecuaciones diferenciales homogéneas resuelve la siguiente ecuación diferencial (30 puntos).**

$x y' = y + 2\sqrt{xy}$  ; sujeta a:  $y(1) = 4$  ; Sol. Part.:  $y = x \ln^2 x + 4x \ln x + 4x$

**IV) – Demuestra que la ecuación diferencial dada es exacta y resuélvela (30 puntos).**

$\left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y}\right) dy + \left(y \sin x + x \cos y + \frac{1}{x}\right) dx = 0$  Sol. Gral.:  $x \sin y - y \cos x + \ln(xy) = C$

**V) – Clasifica las siguientes ecuaciones diferenciales de acuerdo con su tipo, su orden, su grado e identifica si son lineales o no. (5 puntos extras).**

ECUACIÓN DIFERENCIAL	TIPO	ORDEN	GRADO	LINEAL
$x^2 y''' + x y'' + y' = 0$				
$x^4 y''' - x^3 (y'')^2 + 3y = 0$				
$y' + 2xy = \frac{1}{y}$				
$(y^v)^3 - y''' + y'' - y^4 = 0$				
$\frac{\partial^3 v}{\partial t^3} = kv \left( \frac{\partial^2 m}{\partial n^2} \right)^2$				



NOMBRE: \_\_\_\_\_.

## ECUACIONES DIFERENCIALES

### EXAMEN II

( Ecuaciones diferenciales lineales, Ecuación de Bernoulli y Ecuaciones diferenciales homogéneas de 2do. orden y de orden superior )

FECHA: \_\_\_\_\_.

CALIFICACIÓN: \_\_\_\_\_.

-----

I) – Aplicando el procedimiento de las Ecuaciones Diferenciales Lineales o la Ecuación de Bernoulli (según corresponda), determina el valor de la función: "**y**", que es solución particular de la ecuación diferencial que se te indica (**50 puntos**).

$$2xyy' - 4x^7 \cos(3x) = 3y^2 \quad ; \quad \text{sujeta a: } y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{8\pi^3}{729}}$$

-----

II) – Resuelve la siguiente ecuación diferencial de tercer orden con condiciones iniciales y escribe la solución particular correspondiente (**50 puntos**).

$$y''' - 7y'' + 31y' - 25y = 0 \quad ; \quad \text{sujeta a: } y(0) = 3 \quad ; \quad y'(0) = 1 \quad ; \quad y''(0) = 1$$

-----



NOMBRE: \_\_\_\_\_.

ECUACIONES DIFERENCIALES

EXAMEN  
( Unidad III )

Ecuaciones Diferenciales Lineales de Segundo Orden y de Orden Superior

FECHA: \_\_\_\_\_.

CALIFICACIÓN: \_\_\_\_\_.

-----

I) – Utilizando el método de los coeficientes indeterminados y haciendo uso de operadores, determina la solución particular de la siguiente ecuación diferencial de tercer orden no homogénea y de coeficientes constantes, sujeta a los valores iniciales indicados (**50 puntos**).

$$y''' - 9y'' + 27y' - 27y = x^2 + 3x + 2 \quad \text{sujeta a: } y(0) = \frac{62}{81} ; y'(0) = \frac{22}{27} ; y''(0) = \frac{25}{27}$$

-----

II) – Resuelve la siguiente ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes variables. Aplicar la Ecuación de Cauchy – Euler y el método de variación de parámetros (**50 puntos**).

$$x^2 y'' + 7xy' + 9y = x + 12\ln(x)$$

-----



NOMBRE: \_\_\_\_\_.

ECUACIONES DIFERENCIALES

EXAMEN IV

Transformada de Laplace de una función  $f(t)$

$$\mathcal{L}\{f(t)\}$$

FECHA: \_\_\_\_\_.

CALIFICACIÓN: \_\_\_\_\_.

I) – Mediante la definición demuestra la Transformada de Laplace de la siguiente función. (20 puntos)

$$f(t) = \begin{cases} 3t & 0 \leq t < 3 \\ 5 & 3 \leq t < 5 \\ 2 & 5 \leq t < \infty \end{cases} \Rightarrow F(s) = \frac{-4se^{-3s} - 3se^{-5s} - 3e^{-3s} + 3}{s^2}$$

II) – Utilizando propiedades y/o teoremas, encuentra la Transformada de Laplace de las siguientes funciones (simplifica tus resultados). (40 y 40 puntos respectivamente)

a)  $f(t) = 2t^2 \text{sen}(t) \text{sen}(-2t)$  ;    b)  $f(t) = t^{-1}[e^{-2t} \cos(3t) - \cos(2t)]$

## Primer examen de Ecuaciones Diferenciales

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Use el cambio de variable  $y = ux$  para volver separable la ED y resolverla

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$$

2. Resuelva la ecuación diferencial

$$\frac{dP}{dt} - P = -P^2$$

3. Resuelva

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = f(x), \quad \text{con} \quad f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$$

Use el valor inicial  $y(0) = 2$  y el punto de intersección de las curvas para determinar todas las constantes.

4. Resuelva la ecuación diferencial

$$x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{y^2}$$

## Primer examen de Ecuaciones Diferenciales

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Use el cambio de variable  $y = ux$  para volver separable la ED y resolverla

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$$

2. Resuelva la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = x\sqrt{1-y^2}$$

3. Verifique si la siguiente ED es exacta. De no serlo encuentre un factor integrante para volver la ED exacta y resolverla.

$$x dx + (x^2 y + 4y) dy = 0$$

4. Resuelva la ecuación diferencial

$$x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{y^2}$$

## Segundo examen de Ecuaciones Diferenciales

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Use el método de reducción de orden para resolver la ecuación diferencial

$$x^2 y'' - 7xy' + 16y = 0$$

en donde una solución es  $y_1 = x^4$ .

2. Usando coeficientes indeterminados resuelva la ecuación diferencial

$$y'' + y = 2x \sin(x).$$

3. Demuestre que el siguiente conjunto de funciones son L.I

$$\{x^\alpha \cos(\beta \ln(x)), x^\alpha \sin(\beta \ln(x))\}.$$

4. Usando variación de parámetros resuelva la siguiente ED

$$y''' + y' = \tan(x).$$

# Tercer examen de Ecuaciones Diferenciales

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Resuelva la ED de Cauchy-Euler

$$2x^2y'' + 5xy' + y = x^2 - x$$

2. Resuelva el siguiente problema de condiciones iniciales

$$xy'' + y' = x, \quad \text{sujeta a } y(1) = 1, y'(1) = -1/2$$

3. Calcule la transformada de Laplace de la función

$$f(t) = e^{t+7}$$