

	Primer Examen Parcial de Probabilidad-AD 2022-2023-1	
Apellidos: _____ Nombre: _____	Grupo: _____	

**Instrucciones para el examen.** Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular. Se permite el uso de calculadora. **Valor máximo del examen: 10 puntos (cada ejercicio vale 2puntos).**

- En un congreso en la ESCOM, asistieron 131 personas. En el break, un asistente aburrido observó que de los 79 asistentes que tomaron café, 28 tomaron solamente café. Entre las 60 personas que tomaron té, hubo 21 invitados que también comieron galletas. De los 50 que comieron galletas, 12 comieron sólo galletas. Por alguna razón, 9 consumieron las tres cosas. (a) Haga un diagrama de Venn y determine: (b) ¿Cuántas personas consumieron café y té? (c) ¿Cuántas sólo café y té? (d) ¿Cuántas tomaron sólo té? (e) ¿Cuántas consumieron una sola cosa?
- Sean A y B dos eventos tales que, A ocurre con probabilidad  $2/7$ , B con probabilidad  $3/7$  y ocurre exactamente uno de los dos con probabilidad  $4/7$ . Calcular la probabilidad de que ocurra A pero no B.
- (a) Considere un área acotada y no vacía  $\Omega$  en el plano y defina  $p(A) = \frac{\text{Area}(A)}{\text{Area}(\Omega)}$ , donde A es el evento definido como una sub-área de  $\Omega$ . Verifique que  $p$  cumplen los axiomas de probabilidad (el tercer axioma, solo con dos eventos,  $n = 2$ ). (b) Se escogen dos números  $x$  y  $y$  al azar dentro del intervalo unitario  $[0,1]$ . ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de estos números sea menor a  $1/2$ ? (hint: use el inciso (a) para definir la probabilidad, donde  $\Omega$  es la región que define la condición dada para  $x$  e  $y$ ).
- Considere un canal de transmisión de bits, que tiene ruido. El ruido provoca que un 0 se distorsione en un 1 con probabilidad 0.14, mientras que el 1 se distorsiona en un 0 con probabilidad 0.18; y se asume que, en las cadenas de bits transmitidas, el 1 aparece el 46.5% de las veces. Encuentre la probabilidad de que al transmitir un bit: (a) Se reciba un 1. (b) Hay algún error en la transmisión. (c) Se haya enviado un 1 puesto que se recibió un 1.
- Se eligen al azar a dos personas en la calle. Encuentre la probabilidad de los dos últimos dígitos de sus números de teléfono: (a) sean diferentes; (b) sean iguales.

	Segundo Examen Parcial de Probabilidad- <b>AD</b> 2022-2023-1	
Apellidos: _____ Nombre: _____	Grupo: _____	

**Instrucciones para el examen.** Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular. Se permite el uso de calculadora. **Valor máximo del examen: 10 puntos (cada ejercicio vale 2.5 puntos).**

1. Considere la variable aleatoria continua  $T$  que representa el tiempo en horas que un estudiante de ESCOM de CD invierte en estudiar la UA de probabilidad. La función acumulada de  $T$  esta dada por:  $F(t) = k(2t^3 - t^4)$ ,  $0 \leq t \leq 1.5$  [ $F(T) = 0$ ,  $t < 0$  y  $F(T) = 1$ ,  $t > 1.5$ ]. (a) encuentre el valor de  $k$ ; (b) Encuentre la proporción de estudiantes que estudian por más de 1hr. (c) Encuentre la FGM y calcule los primeros dos momentos alrededor del origen y con ellos, calcule media y varianza.
2. Una moneda legal se lanza tres veces consecutivas. Sea  $X$  que denota el # de Águilas que salen y sea  $Y$  que denota la mayor de las hileras de Águilas que salgan (=máximo # águilas consecutivas). Determinar: (a) la tabla de la distribución conjunta; (b) Calcular  $P(X \leq 1 | Y \geq 1)$ . (c) Obtener la covariancia ( $Cov(X, Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]$ ) de las variables aleatorias. (d) ¿Son variables aleatorias conjuntas estadísticamente independientes (justifique)?
3.  $A$  es el crush de un alumno  $B$ . Desafortunadamente,  $A$  no siente lo mismo por  $B$ .  $B$  no pierde las esperanzas pues en cualquier día existe un 18% de probabilidad de que  $A$  le sonría. En las siguientes preguntas, defina claramente la variable aleatoria que ocupará: (a) ¿cuál es la probabilidad de que pasen más de 6 días sin que  $A$  le sonría? (b) ¿Cuál es la probabilidad de que  $B$  no tenga que esperar más de 5 días hasta ver una sonrisa de  $A$ ? (c) ¿Cuál es la probabilidad de que  $A$  le sonría a  $B$  en exactamente 3 días dentro de los siguientes 10 días?
4. EL BBVA de la plaza torres recibe en promedio, 2 billetes falsos al día. Si se asume que el número de billetes falsos sigue una distribución de Poisson, hallar: (a) la probabilidad de que se reciban más de tres billetes falsos en un día dado; (b) la probabilidad de que se reciban 10 billetes falsos en una semana; (c) la probabilidad de que el quinto día consecutivo que se inspecciona el banco, sea el tercero que se reciben más de 3 billetes falsos; (d) la probabilidad de que, en dos de cinco semanas consecutivas revisadas, se hayan recibido 10 billetes falsos.

	TERCER Examen Parcial de Probabilidad-AD 2022-2023-1		
Apellidos: _____ Nombre: _____		Grupo:	B

**Instrucciones para el examen.** Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular. Se permite el uso de calculadora. **Valor máximo del examen: 10 puntos (cada ejercicio tiene su valor).**

- [3 puntos] La población de las temperaturas corporales de adultos sanos tiene media  $\mu = 36.8^{\circ}\text{C}$  y desviación típica de  $\sigma = 0.4^{\circ}\text{C}$ . (a) ¿Qué proporción de adultos sanos reportará más de  $37.5^{\circ}\text{C}$ ? (b) ¿Por debajo de qué valor se obtiene el 15% más alto del reporte de las temperaturas de adultos sanos? (c) Calcular las temperaturas que tienen el 60% de lo reportado, centrado en la media. (d) [TCL] si se obtiene una muestra de 100 personas, cuál es la probabilidad de que la media de la temperatura de la muestra sea menor o igual a  $36.5^{\circ}\text{C}$ ?
- [2.5 puntos] Una empresa que fabrica pantalones de mezclilla tiene varias estaciones de trabajo; cada estación cuenta con 4 etapas independientes para el acabado de una pieza (se le van pasando los patrones cortados de un pantalón). Las 4 etapas de trabajo son: costura de cierres (tiempo  $X_1$ ), costura de bolsas (tiempo  $X_2$ ), costura general ( $X_3$ ); y detalles menores ( $X_4$ ). En cada estación, el tiempo necesario (en minutos) para cada etapa se modela con v.a.'s normales como sigue:  $X_1 \sim N(9, 0.9)$ ,  $X_2 \sim N(5, 0.4)$ ,  $X_3 \sim N(10, 1.6)$  y  $X_4 \sim N(5, 0.4)$ . (a) ¿Cuál es la media y varianza del tiempo total que requiere el acabado de un pantalón en una estación dada? (b) Si una estación de trabajo en un día en particular ha hecho 100 pantalones, ¿cuál es la probabilidad de que la media del tiempo de acabado total esté entre 27 y 32 minutos?
- [2 puntos] En Zacatenco, se reportan 45 accidentes por año. Use la aproximación a la normal para encontrar la probabilidad de que haya más de 50 accidentes en un semestre cualquiera.
- [2.5 puntos] El tiempo de antelación con el que los viajeros compran sus billetes de avión a EU, se puede modelar mediante una distribución exponencial con un tiempo promedio igual a 1 mes (30 días). (a) Calcule la probabilidad de que un viajero compre un billete con menos de quince días de antelación. (b) [Distribución de Extremos] Calcule la probabilidad de que el tiempo de antelación máxima supere los 4 meses.

Primer Examen Parcial de Probabilidad.

Nombre: \_\_\_\_\_ Boleta: \_\_\_\_\_ Calificación: \_\_\_\_\_

Realice únicamente lo que se le solicita.

1.-Un automóvil realiza siempre el mismo recorrido de un punto A hacia un punto B, sin embargo, el conductor ha notado que el consumo de combustible no permanece constante y anota los consumos diarios de gasolina de cada día obteniendo un promedio de 14.23 litros por día con una varianza de 5.12 litros. La hipótesis del conductor hace imaginar que el transito determina mucho de la variación de consumo. Construya los intervalos de confianza para determinar el consumo real del automóvil con una confianza de 68%, 95% y 99%.

2.- Del ejercicio anterior calcule la probabilidad de tener un consumo entre 13 y 15 litros.

3.-Encuentre todas las formas en que se pueden sentar 6 pasajero en un camión de transporte público de la CDMX con 25 lugares disponibles (sin importar el orden).

4.- Determine el intervalo para que la función  $f(x)$  cumpla ser una función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} (x + 6) & \left[ \frac{1}{2}a, 3a \right] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

5.- Calcule el valor esperado del ejercicio 2.

6.- Calcule la varianza del ejercicio 2.

7.- Encuentre la probabilidad de obtener un número inferior a 8 al lanzar 2 dados.

8.- Una Fábrica de focos dispone de dos máquinas (1 y 2) que elaboran el 65% y 35% de la producción respectivamente, el porcentaje de focos defectuosos es 6% y 10% correspondientes a cada máquina. Si se toma un foco al azar del lote de ese día. ¿Cuál es la probabilidad de que el foco fabricado por la maquina 1 sea defectuoso?

9.- En cierta escuela primaria el 27% de los estudiantes practica soccer, el 15% practica el baloncesto y únicamente el 3% practica ambos deportes. Encuentre el porcentaje de estudiantes que no practican ningún deporte.

Ciudad de México a viernes 13 de mayo de 2022

Segundo Examen Parcial de Probabilidad y Estadística.

Instrucciones: Resuelve únicamente lo que se te indica con los procedimientos correspondientes. Los resultados deben estar en tinta y entregar en el tiempo indicado.

1. La experiencia ha demostrado que 18% de todas las personas afectadas por cierta enfermedad se recuperan. Una empresa fabricante de medicamentos ha invertido en una nueva medicina. Doce personas con la enfermedad se seleccionaron al azar y recibieron la medicina; nueve se recuperaron al poco tiempo. Suponga que la medicina no es eficaz en absoluto. ¿Cuál es la probabilidad de que se recuperen al menos ocho de entre doce que recibieron la medicina? (binomial).
2. Un estudio geológico indica que un pozo petrolero de exploración perforado en una región particular debe producir petróleo con probabilidad de 0,35. Encuentre la probabilidad de que el segundo descubrimiento de petróleo llegue en el sexto pozo perforado. (binomial)
3. Suponga que entrevistamos sucesivamente personas que trabajan en la gran empresa y denotamos las entrevistas cuando encontramos a la primera persona que le guste esa política. Si la octava persona entrevistada es la primera que está a favor de la nueva política. Encuentre una estimación para  $p$ , la proporción verdadera pero desconocida de empleados que están a favor de la nueva política. (geométrica).
4. Un problema importante encontrado por directores de personal y otros que se enfrentan a la selección del mejor candidato en un conjunto finito de elementos, queda ejemplificado en la siguiente situación. De un grupo de ingenieros con título de Ph. D, nueve de ellos son seleccionados al azar para un ejemplo. ¿Cuál es la probabilidad de que los 9 seleccionados incluyan los seis mejores ingenieros del grupo de 21? (hipergeométrica).
5. Llegan clientes a un mostrador de salida en una tienda de departamentos de acuerdo con una distribución de Poisson, a un promedio de 11 por hora. Durante una hora determinada ¿Cuáles son las probabilidades de que: (poisson).
  - a) No lleguen mas de dos clientes?
  - b) Lleguen al menos tres clientes?
  - c) Lleguen exactamente cuatro clientes?
6. Calcule la varianza de la distribución exponencial utilizando la definición para una distribución de probabilidad continua o cualquiera de sus propiedades.
7. Calcule el valor de la función Gamma cuando alfa vale 5.
8. Demuestre que la Distribución Gamma es una función de Densidad.

9. Sea

$$f(y) = \begin{cases} ky^3 e^{-y/2}, & y > 0 \\ 0, & \text{en otro punto} \end{cases}$$

Hallar el valor de k que haga de  $f(y)$  una función de densidad.

10. Determine el valor esperado del problema 9.

### Tercer Examen Parcial de Probabilidad

Nombre: \_\_\_\_\_. Grupo: \_\_\_\_\_

Instrucciones: Contesta únicamente lo que se te indica.

1. Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{y^{\alpha-1} e^{-\frac{y}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)}, & 0 \leq y < \infty \\ 0, & \text{en otro punto} \end{cases}$ . Determine la varianza.

2.- Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} y_1 e^{-(y_1+y_2)/2}, & y_1 > 0, y_2 > 0 \\ 0, & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$ .

a) Verifique densidad

b) Calcule  $P\left(y_1 < 5, y_2 > \frac{3}{4}\right) = ?$

3.- Trazar el isométrico (grafica 3D) de la siguiente función.

$$f(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2)} \text{ con } -\infty < y_1 < \infty, -\infty < y_2 < \infty.$$

4.- Trace el sistema de ecuaciones de la siguiente red. (proponga las probabilidades y las variables que prefiera para cada nodo).

