

Primer Examen Parcial

(Probabilidad)

Nombre: _____ . Grupo: _____ .

Instrucciones: Responde únicamente lo que se te solicita.

Sea $f(x) = \frac{\theta^4}{6} x^3 e^{-\theta x}$

1. Calcule Densidad.
2. Hallar la Esperanza matemática.
3. Determine la expresión de la Varianza.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & [a, 2a] \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

4. Calcule el intervalo donde la expresión es una función de densidad de probabilidad.

Una muestra aleatoria de 7 pingüinos en la que se pretende conocer la estatura promedio arrojo los siguientes datos:

N	1	2	3	4	5	6	7
X (m)	1.01	1.21	1.17	1.05	0.99	1.28	1.07

5. Calcule los intervalos de confianza para 0.68, 0.95 y 0.99.
6. Del problema 5, calcule la probabilidad de hallar un pingüino que mida entre 1.15m. y 1.17m. con el supuesto de que la población de pingüinos tiene una distribución normal estándar.

Segundo Examen Parcial de Probabilidad

Nombre: _____

Grupo: _____

1.- Compruebe que las siguientes funciones son funciones de densidad de probabilidad conjunta.

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} k(1 - y_2) & 0 \leq y_1 \leq y_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

2.- Llegan clientes a un mostrador de salida en una tienda de departamentos de acuerdo con una distribución de Poisson, a un promedio de 7 por hora. Durante una hora determinada ¿Cuáles son las probabilidades de que no lleguen más de tres clientes?

3.- Suponga que entrevistamos sucesivamente personas que trabajan en la gran empresa estudiada en el ejemplo 3.10 y denotamos las entrevistas cuando encontramos a la primera persona que le guste esa política. Si la sexta persona entrevistada es la primera que está a favor de la nueva política. Encuentre una estimación para p , la proporción verdadera pero desconocida de empleados que están a favor de la nueva política.

4.- Un problema importante encontrado por directores de personal y otros que se enfrentan a la selección del mejor candidato en un conjunto finito de elementos, queda ejemplificado en la siguiente situación. De un grupo de ingenieros con título de Ph. D, diez de ellos son seleccionados al azar para un ejemplo. ¿Cuál es la probabilidad de que los 10 seleccionados incluyan los cinco mejores ingenieros del grupo de 20?

5.- Calcule la varianza de la función Gamma:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\alpha-1} e^{-y/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} & y \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

6.- Demuestre que la expresión es función de densidad de probabilidad.

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < y < \infty.$$

Segundo Examen Parcial de Probabilidad

Nombre: _____

Grupo: _____

1.- Compruebe que las siguientes funciones son funciones de densidad de probabilidad conjunta.

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} k(1 - y_2) & 0 \leq y_1 \leq y_2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

2.- Llegan clientes a un mostrador de salida en una tienda de departamentos de acuerdo con una distribución de Poisson, a un promedio de 7 por hora. Durante una hora determinada ¿Cuáles son las probabilidades de que no lleguen más de tres clientes?

3.- Suponga que entrevistamos sucesivamente personas que trabajan en la gran empresa estudiada en el ejemplo 3.10 y denotamos las entrevistas cuando encontramos a la primera persona que le guste esa política. Si la sexta persona entrevistada es la primera que está a favor de la nueva política. Encuentre una estimación para p , la proporción verdadera pero desconocida de empleados que están a favor de la nueva política.

4.- Un problema importante encontrado por directores de personal y otros que se enfrentan a la selección del mejor candidato en un conjunto finito de elementos, queda ejemplificado en la siguiente situación. De un grupo de ingenieros con título de Ph. D, diez de ellos son seleccionados al azar para un ejemplo. ¿Cuál es la probabilidad de que los 10 seleccionados incluyan los cinco mejores ingenieros del grupo de 20?

5.- Calcule la varianza de la función Gamma:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\alpha-1} e^{-y/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} & y \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

6.- Demuestre que la expresión es función de densidad de probabilidad.

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < y < \infty.$$

Segundo Examen Parcial de Probabilidad

Nombre: _____

Grupo: _____

1.- Compruebe que las siguientes funciones son funciones de densidad de probabilidad conjunta.

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} \left(\frac{1}{8}\right) y_1 e^{-(y_1+y_2)/2} & y_1 > 0, y_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

2.- Llegan clientes a un mostrador de salida en una tienda de departamentos de acuerdo con una distribución de Poisson, a un promedio de 6 por hora. Durante una hora determinada ¿Cuáles son las probabilidades de que no lleguen más de cuatro clientes?

3.- Suponga que entrevistamos sucesivamente personas que trabajan en la gran empresa estudiada en el ejemplo 3.10 y denotamos las entrevistas cuando encontramos a la primera persona que le guste esa política. Si la octava persona entrevistada es la primera que está a favor de la nueva política. Encuentre una estimación para p , la proporción verdadera pero desconocida de empleados que están a favor de la nueva política.

4.- Un problema importante encontrado por directores de personal y otros que se enfrentan a la selección del mejor candidato en un conjunto finito de elementos, queda ejemplificado en la siguiente situación. De un grupo de ingenieros con título de Ph. D, diez de ellos son seleccionados al azar para un ejemplo. ¿Cuál es la probabilidad de que los 10 seleccionados incluyan los cinco mejores ingenieros del grupo de 20?

5.- Calcule la varianza de la función Beta:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

6.- Demuestre que la expresión es función de densidad de probabilidad.

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & y_1^2 + y_2^2 \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Segundo Examen Parcial de Probabilidad

Nombre: _____

Grupo: _____

1.- Compruebe que las siguientes funciones son funciones de densidad de probabilidad conjunta.

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} \left(\frac{1}{8}\right) y_1 e^{-(y_1+y_2)/2} & y_1 > 0, y_2 > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

2.- Llegan clientes a un mostrador de salida en una tienda de departamentos de acuerdo con una distribución de Poisson, a un promedio de 6 por hora. Durante una hora determinada ¿Cuáles son las probabilidades de que no lleguen más de cuatro clientes?

3.- Suponga que entrevistamos sucesivamente personas que trabajan en la gran empresa estudiada en el ejemplo 3.10 y denotamos las entrevistas cuando encontramos a la primera persona que le guste esa política. Si la octava persona entrevistada es la primera que está a favor de la nueva política. Encuentre una estimación para p , la proporción verdadera pero desconocida de empleados que están a favor de la nueva política.

4.- Un problema importante encontrado por directores de personal y otros que se enfrentan a la selección del mejor candidato en un conjunto finito de elementos, queda ejemplificado en la siguiente situación. De un grupo de ingenieros con título de Ph. D, diez de ellos son seleccionados al azar para un ejemplo. ¿Cuál es la probabilidad de que los 10 seleccionados incluyan los cinco mejores ingenieros del grupo de 20?

5.- Calcule la varianza de la función Beta:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

6.- Demuestre que la expresión es función de densidad de probabilidad.

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & y_1^2 + y_2^2 \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Tercer Examen Parcial

(Probabilidad)

Nombre: _____ . Grupo: _____ .

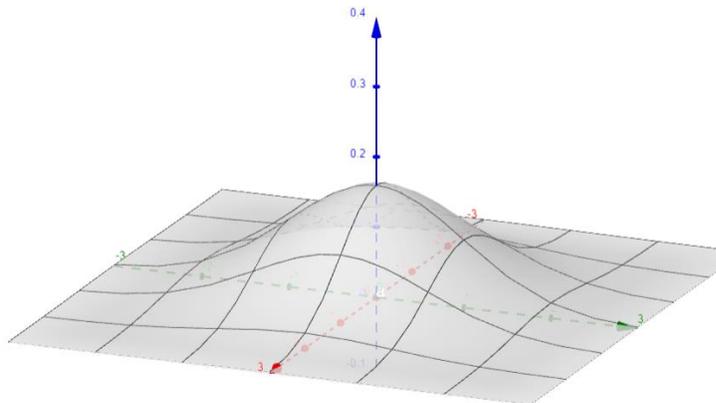
Instrucciones: Responde únicamente lo que se te solicita.

1. Un estudio geológico indica que un pozo petrolero de exploración perforado en una región particular debe producir petróleo con probabilidad .0.35. Encuentre la probabilidad de que el quinto descubrimiento de petróleo llegue en el quinto pozo perforado.

2. Calcule la Varianza de la distribución:

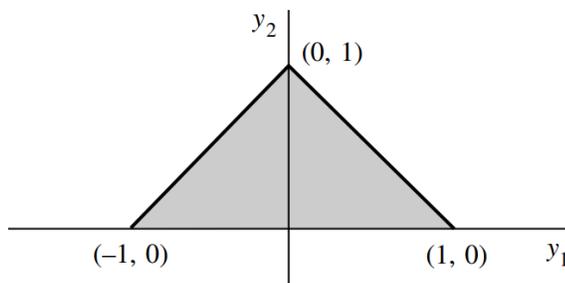
$$f(x) = \begin{cases} \lambda \alpha (\lambda x)^{\alpha-1} e^{-(\lambda x)^\alpha}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

3. Encuentre la distribución de probabilidad bivalente de la siguiente figura:.



4. Con la expresión del ejercicio 3 demuestre que la $f(y_1, y_2)$ es una función de densidad de probabilidad.

5. Hallar la esperanza matemática dada la siguiente figura:





PRIMER EXAMEN PARCIAL



NOMBRE:

GRUPO:

FECHA:

INDICACIONES

- No se permite el uso de celulares o relojes inteligentes. En caso de ser sorprendido utilizando alguno de estos dispositivos durante el tiempo de aplicación del examen, se **anulará el examen**.
- No se permite hablar durante la aplicación del examen. En caso de tener dudas, preguntar al profesor a cargo. Si el profesor a cargo detecta personas hablando, **podrá anular el examen**.
- No se permite salir del salón bajo ninguna circunstancia durante la aplicación del examen. En caso de emergencia deberán comentarlo al profesor a cargo.

INSTRUCCIONES:

- Justificar cada paso.

RESUELVA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

1. (Valor 2.5 puntos)

Una moneda equilibrada y marcada con cara y cruz se lanza 4 veces consecutivas. Calcule la probabilidad de que:

- Las dos caras caigan el mismo número de veces.
- El número de veces que cae "cara" sea estrictamente mayor al número de veces que cae "cruz".

2. (Valor 2.5 puntos)

Dos personas tienen la misma probabilidad de llegar al lugar de su cita en cualquier instante dentro del intervalo de tiempo $[0, T]$ y llegan de manera independiente una de la otra. Encuentre la probabilidad de que el tiempo que una persona que tenga que esperar a la otra sea, a lo sumo $t > 0$.

3. (Valor 2.5 puntos)

Sean A y B eventos tales que $P(A) = p$, $P(B) = p$, $P(A \cap B) = r$. Encuentre lo siguiente:

- $P(A \cap B^c)$
- $P(A^c \cap B)$
- $P(A^c \cap B^c)$
- $P(A \triangle B)$

4. (Valor 2.5 puntos)

Un dado equilibrado se lanza dos veces consecutivas. Dado que en el primer lanzamiento se obtuvo un 3, ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los dos resultados sea mayor a 6?



SEGUNDO EXAMEN PARCIAL



NOMBRE:

GRUPO:

FECHA:

INDICACIONES

- No se permite el uso de celulares o relojes inteligentes. En caso de ser sorprendido utilizando alguno de estos dispositivos durante el tiempo de aplicación del examen, se **anulará el examen**.
- No se permite hablar durante la aplicación del examen. En caso de tener dudas, preguntar al profesor a cargo. Si el profesor a cargo detecta personas hablando, **podrá anular el examen**.
- No se permite salir del salón bajo ninguna circunstancia durante la aplicación del examen. En caso de emergencia deberán comentarlo al profesor a cargo.

INSTRUCCIONES:

- Justificar cada paso.

RESUELVA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

1. (Valor 3.0 puntos)

$$\text{Si } f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{n(n+1)}, & x = 1, 2, \dots, n. \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Identificar qué tipo de variable es.
- Graficar la función de probabilidad.

- Encontrar la función de distribución.
- Graficar la función de distribución.
- La Esperanza de la variable X .
- La Varianza de la variable X .

2. (Valor 3.0 puntos)

Sean a y l constantes con $l > 0$, si

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2l}, & |x - a| < l \\ 0, & |x - a| \geq l \end{cases}$$

- Identificar qué tipo de variable es.
- Graficar la función de probabilidad.

- Encontrar la función de distribución.
- Graficar la función de distribución.
- La Esperanza de la variable X .
- La Varianza de la variable X .



3. (Valor 4.0 puntos)

Si

$$f(x, y) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

Encuentre:

- Identificar qué tipos de variables son.
 - Graficar la función de probabilidad.
 - Encontrar la función de distribución.
 - Graficar la función de distribución.
 - La Esperanza de las variable X y Y .
 - La Varianza de las variable X y Y .
 - Encontrar la $Cov(X, Y)$.
4. (Extra Valor 1.5 puntos)
Usando los siguientes datos:

x / y	0	1	2	3
0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{20}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{20}$	0
2	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{40}$	0	0

Encontrar:

- $P(X = 1, Y = 2)$
- $P(X = 0, 1 \leq Y \leq 3)$
- $P(X + Y \leq 1)$
- $F_{X,Y}(1,2,0,9)$



TERCER EXAMEN PARCIAL



NOMBRE:

GRUPO:

FECHA:

INDICACIONES

- No se permite el uso de celulares o relojes inteligentes. En caso de ser sorprendido utilizando alguno de estos dispositivos durante el tiempo de aplicación del examen, se **anulará el examen**.
- No se permite hablar durante la aplicación del examen. En caso de tener dudas, preguntar al profesor a cargo. Si el profesor a cargo detecta personas hablando, **podrá anular el examen**.
- No se permite salir del salón bajo ninguna circunstancia durante la aplicación del examen. En caso de emergencia deberán comentarlo al profesor a cargo.

INSTRUCCIONES:

- Justificar cada paso.

RESUELVA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

1. (Valor 1.5 puntos)

Suponga que un lote de 5000 fusibles contiene 5% de piezas defectuosas. Si se prueba una muestra de 5 fusibles. Encuentre la probabilidad de hallar al menos uno defectuoso.

2. (Valor 2.0 puntos)

Sea X una v.a. discreta tal que $X \sim geo(p)$.

- Encuentre $E(X)$.
- $Var(X)$.
- La función generadora de probabilidad.

3. (Extra Valor 2.0 puntos)

Una persona participa cada semana con un boleto en un juego de lotería, en donde la probabilidad de ganar el primer premio es $p = \frac{1}{1,000,000}$. ¿Cuántos años en promedio debe esta persona participar en el juego hasta obtener el primer premio?

4. (Valor 2.0 puntos)

Sea X una v.a. discreta tal que $X \sim Poisson(p)$.

- Encuentre $E(X)$.
- $Var(X)$.
- La función generadora de probabilidad.



5. (Extra Valor 1.5 puntos)

El número de semillas en una variedad de naranjas sigue una distribución de Poisson con media 1. Encuentre la probabilidad de que una naranja seleccionada al azar contenga.

- a) ninguna semilla
- b) al menos dos semillas
- c) a lo sumo tres semillas

6. (Valor 1.5 puntos)

Sea X una v.a. continua tal que $X \sim \exp(\lambda)$.

- a) Encuentre $E(X)$.
- b) $Var(X)$.
- c) La función generadora de probabilidad.

7. (Valor 1.5 puntos)

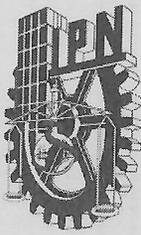
Supongamos que el tiempo de espera en minutos que un usuario cualquiera permanece revisando su correo electrónico sigue una distribución exponencial de parámetro $\lambda = \frac{1}{5}$. Esto significa que conexión promedio al servidor de correos es de $(\frac{1}{\lambda}) = 5min$. Calcule la probabilidad de que un usuario cualquiera permanezca conectado al servidor de correo:

- a) menos de un minuto
- b) más de una hora

8. (Valor 2.0 puntos)

Sea X una v.a. continua tal que $X \sim \text{gamma}(\alpha, \lambda)$.

- a) Encuentre $E(X)$.
- b) $Var(X)$.
- c) El momento k .

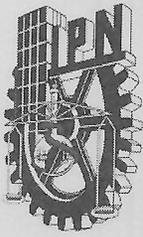


— 1er Examen Parcial —

Nombre: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES: Lea con atención cada ejercicio y escriba el desarrollo que establezca la solución correspondiente. **NO SE ACEPTAN RESULTADOS SIN DESARROLLO.** Sea claro y limpio en lo que escribe. Resalte el resultado final de sus cálculos realizados.

- Una oficina de finanzas solicita suministros de papel de uno de tres vendedores, V_1 , V_2 o V_3 . Los pedidos han de colocarse en dos días sucesivos, un pedido por día. Así, (V_2, V_3) , podría denotar que el vendedor V_2 obtiene el pedido en el primer día y el vendedor V_3 obtiene el pedido en el segundo día.
 - Suponga que los vendedores se seleccionan al azar cada día y se asigna probabilidad a cada punto muestral.
 - Denote con A el evento de que el mismo vendedor obtenga ambos pedidos y B el evento de que V_2 obtenga al menos un pedido. Encuentre $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$ si suponer las probabilidades de los puntos muestrales en estos eventos.
- Se necesitan dos jurados adicionales para completar un jurado para un juicio criminal. Hay seis jurados en perspectiva, dos mujeres y cuatro hombres. Dos de los jurados son seleccionados al azar de entre los seis disponibles.
 - Defina el experimento y describa un punto muestral. Suponga que es necesario describir sólo los dos jurados seleccionados y no el orden en el que fueron elegidos.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que los dos jurados seleccionados sean mujeres?
- Se ha de realizar un estudio en un hospital para determinar las actitudes de los enfermeros hacia diversos procedimientos administrativos. Se ha de seleccionar una muestra de 10 enfermeros de entre un total de 90 enfermeros empleadas por el hospital.
 - ¿Cuántas muestras diferentes de 10 enfermeros se pueden seleccionar?
 - Veinte de los 90 enfermeros son hombres. Si 10 enfermeros se seleccionan al azar entre los empleados por el hospital, ¿cuál es la probabilidad de que la muestra de diez incluirá exactamente 4 hombres (y 6 mujeres) enfermeros?
- Los ocho miembros del Consejo Asesor de Relaciones Humanas de Gainesville, Florida, consideró la queja de una mujer que alegaba discriminación, basada en su género, de parte de una empresa local. El Consejo, compuesto de cinco mujeres y tres hombres, votó 5-3 a favor de la quejosa, con las cinco mujeres votando a favor de ella y los tres hombres en contra. El abogado que representaba a la compañía apeló la decisión del Consejo reclamando sesgo de género de parte de los miembros del Consejo. Si no hubo sesgo de género entre los miembros del Consejo, podría ser razonable hacer conjeturas de que sería probable que cualquier grupo de cinco miembros votara a favor de la quejosa como lo haría cualquier otro grupo de cinco. Si éste fuera el caso, ¿cuál es la probabilidad de que el voto se dividiera por líneas de género (cinco mujeres a favor, tres hombres en contra)?
- Un experimento consiste en tirar un par de dados.
 - Use los teoremas combinatorios para determinar el número de puntos muestrales del espacio muestral S .
 - Encuentre la probabilidad de que la suma de los números que aparezcan en el dado sea igual a 7.



— 2do Examen Parcial —

Nombre: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES: Lea con atención cada ejercicio y escriba el desarrollo que establezca la solución correspondiente. **NO SE ACEPTAN RESULTADOS SIN DESARROLLO.** Sea claro y limpio en lo que escribe. Resalte el resultado final de sus cálculos realizados.

1. Suponga que Y posee la función de densidad

$$f(y) = \begin{cases} cy, & 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

- Encuentre el valor de c que haga de $f(y)$ una función de densidad de probabilidad.
 - Encuentre $F(y)$.
 - Grafique $f(y)$ y $F(y)$.
 - Use $F(y)$ para hallar $P(1 \leq Y \leq 2)$.
 - Use $f(y)$ y geometría para hallar $P(1 \leq Y \leq 2)$.
2. Como una medición de inteligencia, a unos ratones se les toma el tiempo que tardan para pasar por un laberinto para llegar a una recompensa de alimento. El tiempo (en segundos) necesario para cualquier ratón es una variable aleatoria Y con una función de densidad dada por

$$f(y) = \begin{cases} \frac{b}{y^2} & b \leq y, \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

donde b es el tiempo mínimo posible necesario para recorrer el laberinto.

- Demuestre que $f(y)$ tiene las propiedades de una función de densidad.
 - Encuentre $F(y)$.
 - Encuentre $P(Y > b + c)$ para una constante positiva c .
 - Si c y d son constantes positivas tales que $d > c$, encuentre $P(Y > b + d | Y > b + c)$.
3. Si, como en el Ejercicio 4.17, Y tiene función de densidad

$$f(y) = \begin{cases} \frac{3}{2}y^2 + y, & 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

encuentre la media y la varianza de Y .

4. La temperatura Y a la que se conecta un interruptor controlado por un termostato tiene función de densidad de probabilidad dada por

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 59 \leq y \leq 61, \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

encuentre la media y la varianza de Y .

5. Al estudiar bajas cotizaciones para contratos de embarques, una empresa fabricante de microcomputadoras encuentra que los contratos interestatales tienen bajas cotizaciones que están uniformemente distribuidas entre 20 y 25, en unidades de miles de dólares. Encuentre la probabilidad de que la baja cotización en el siguiente contrato interestatal

- esté por debajo de \$22,000.
- sea de más de \$24,000.

6. Si Z es una variable aleatoria normal estándar, encuentre el valor z_0 tal que

a) $P(Z > z_0) = 0.5$.

b) $P(Z < z_0) = 0.8643$.

c) $P(-z_0 < Z < z_0) = 0.90$.

d) $P(-z_0 < Z < z_0) = .99$.

7. Se especifica que los cables manufacturados para usarse en un sistema de computadora deben tener resistencias entre 0.12 y 0.14 ohms. Las resistencias medidas reales de los cables producidos por la compañía A tienen una distribución de probabilidad normal con media de 0.13 ohms y desviación estándar 0.005 ohm.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un cable seleccionado al azar de la producción de la compañía A satisfaga las especificaciones?

b) Si cuatro de estos cables se usan en el sistema de cada computadora y todos son seleccionados de la compañía A, ¿cuál es la probabilidad de que los cuatro en un sistema seleccionado al azar satisfagan las especificaciones?

8. Si Y tiene una distribución exponencial y $P(Y > 2) = 0.0821$, ¿cuál es

a) $\beta = E(Y)$?

b) $P(Y \leq 1.7)$?