

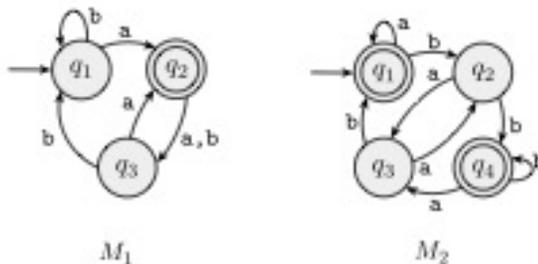


## Teoría de la computación

### Ejercicios

Julio, 2024

1. Da tres ejemplos de conjuntos que no sean alfabetos. Explica por qué NO son alfabetos.
2. Sea  $\Sigma = \{0, 1\}$  ¿Cuántas palabras se pueden formar de longitud 3? ¿Cuántas de longitud 4? ¿Cuántas de longitud 5? En general ¿Cuántas de longitud  $n \geq 1$ ?
3. Obten todos los prefijos, sufijos y subcadenas de  $w = gato$ .
4. Sean  $A = \{\epsilon\}$ ,  $B = \{a, ac, cc\}$ ,  $C = \{\epsilon, ba, b\}$ ,  $D = \emptyset$ , encuentra  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cup D$ ,  $B \cup D$ ,  $A \cap B$ ,  $B \cap C$ ,  $C \cap D$ ,  $A \cap D$ .
5. Sea  $A = \{mi, su\}$  y  $A = \{asa, eso, paz\}$ . Obten  $AB$ ,  $AA$ ,  $BB$ .
6. Sea  $A = \{a, b\}$ . Obten  $A^n$ , para  $n = 0, 1, 2, 3$
7. Si  $A = \{\epsilon\}$ . Obten  $A^n$  para un  $n$  arbitrario.
8. Para cada uno de los siguientes lenguajes, indica cuáles son los elementos de  $L^*$ . Justifica tu respuesta.
  - a)  $L = \emptyset$
  - b)  $L = \{\epsilon\}$
  - c)  $L = \{x|x \text{ es una cadena de longitud impar sobre } \{0, 1\}\}$
  - d)  $L = \{x|x \text{ es una cadena de longitud par sobre } \{0, 1\}\}$
9. Escribe una definición formal para cada uno de los siguientes conjuntos:
  - a) El conjunto que contiene a la cadena vacía.
  - b) El conjunto que no tiene ningun elemento
  - c) El conjunto de cadenas binarias, que representa a un número par.
  - d) El conjunto de cadenas con símbolos del alfabeto  $\Sigma = \{a, b\}$ , de longitud 3.
10. En la siguiente figura se muestra el diagrama de transición de los autómatas  $M_1$  y  $M_2$ . Para cada uno de los autómatas, responde a las preguntas que aparecen a continuación.



- a) ¿Cuál es el estado inicial?
  - b) ¿Cuál es el conjunto de estados finales o de aceptación?
  - c) ¿Cuál es la secuencia de estados por los que pasa el autómata con la cadena  $aabb$ ?
  - d) ¿Acepta el AFD la cadena  $aabb$ ?
  - e) ¿Acepta el AFD la cadena  $\epsilon$ ?
11. Escribe los elementos de la tupla  $M = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$  para cada AFD  $M_1$  y  $M_2$  del ejercicio anterior.
  12. Para cada uno de los siguientes lenguajes, lista tres cadenas que pertenezcan al lenguaje y tres cadenas que NO pertenezcan al lenguaje. El alfabeto usado es en todos los casos  $\Sigma = \{a, b\}$ 
    - a)  $a^*b^*$
    - b)  $a(ba)^*b$
    - c)  $a^* + b^*$
    - d)  $(aaa)^*$
  13. Para cada inciso del ejercicio anterior, construye un AFD que acepte el lenguaje dado por la expresión regular.
  14. Construye un AFN sin transiciones epsilon que acepte el lenguaje formado por los identificadores del lenguaje C, sin descartar las palabras reservadas. Posteriormente, convierte ese AFN en un AFD.
  15. Construye un AFN con transiciones epsilon, para cada uno de los lenguajes que se listan a continuación. Posteriormente convierte cada uno de ellos a AFD, utilizando el algoritmo visto en clase
    - a)  $0^*1^*00^*$
    - b)  $1^*(0011^*)^*$
    - c)  $(01 + 001 + 010)^*$
    - d)  $(a + b)a^* + baa^*$
    - e)  $ab^*a^* + a^*b^*a$
  16. Observa cuidadosamente el lenguaje que se muestra a continuación. Determina si es regular o no. Si tu respuesta es afirmativa, construye el autómata finito que reconozca a ese lenguaje. Si tu respuesta es negativa, muestra que el lenguaje NO es regular, a través del lema del bombeo.

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) < n_b(w)\}$$

donde  $n_a(w)$  denota el número de  $a$ 's en  $w$  y  $n_b(w)$  denota el número de  $b$ 's en  $w$ .

17. Determina si el siguiente lenguaje es regular o no. Justifica tu respuesta.

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* | w \text{ empieza y termina con el mismo símbolo}\}$$

18. Considera la siguiente gramática  $S \rightarrow SS|(S)|\epsilon$

- Indica cuáles son los terminales, las variables y el símbolo inicial
- Encuentra una derivación derecha para las cadenas:  $()()$  ;  $(())()$ ;  $((()))$
- Ahora encuentra una derivación izquierda.
- Dibuja los árboles de derivación.
- ¿Cuál es el lenguaje asociado a esta gramática?
- Determina si la gramática es ambigua. Justifica tu respuesta

19. Muestra que la siguiente gramática es ambigua

$$S \rightarrow aSb|SS|\epsilon$$

20. Construye un autómata de pila no determinístico para cada uno de los lenguajes que se listan a continuación. El alfabeto para cada uno de ellos es  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Considera que  $n_a(w)$  representa el número de  $as$  en  $w$ ,  $n_b(w)$  representa el número de  $bs$  en  $w$  y  $w^r$  es la cadena inversa de  $w$ .

- $L = \{a^n b^{2n} | n \geq 0\}$
- $L = \{w c w^r | w \in \{a, b\}^*\}$
- $L = \{a^n b^m c^{n+m} | n \geq 0, m \geq 0\}$
- $L = \{a^3 b^n c^n | n \geq 0\}$
- $L = \{w | n_a(w) = n_b(w) + 1\}$

21. Encuentra un autómata de pila no determinístico con 2 estados que acepte el lenguaje

$$L = \{a^n b^n + 1 | n \geq 0\}$$

22. Diseña máquinas de Turing para reconocer cada uno los siguiente lenguajes:

- El conjunto de cadenas con el mismo número de 0s que de 1s
- $L = \{a^n b^n c^n | n \geq 1\}$

23. Diseña una máquina de Turing que sume dos números unarios. Un número unario es aquel que se representa usando 1, por ejemplo 3 en unario es 111 y 5 en unario es 11111.

24. Diseña una máquina de Turing que permita comprobar si en una cadena los paréntesis están balanceados. Por ejemplo  $()(())()$  es una cadena válida, pero  $()((($  no lo es.

25. ¿Qué dice la tesis de Church-Turing?

26. ¿Qué significa que un problema es computable?

27. ¿Qué significa que un problema no es computable?

28. ¿Cómo se define la máquina universal de Turing?

29. Da un ejemplo de cómo probar que un problema no es computable, usando la máquina universal de Turing.