



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA



Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- - **Lee cuidadosamente** cada pregunta antes de responder.
- - Se permite el uso de calculadoras y notas de clase.
- - **No** se permite el uso de **dispositivos electrónicos** para comunicación o acceso a internet.
- - La información proporcionada debe ser tu propio trabajo. No se permite colaboración entre estudiantes.

Sección I – Preguntas de opción múltiple. Marca la opción que consideres correcta. (_____/30 puntos)

1. Una función compleja es analítica si:

- a) Tiene derivada en al menos un punto.
- b) Tiene derivada únicamente en el eje real.
- c) Satisface las ecuaciones de Cauchy-Riemann y es diferenciable.
- d) Tiene derivada solo en el eje imaginario.

2. La continuidad de una función compleja en un punto implica:

- a) Que su módulo sea cero en ese punto.
- b) Que la función no cambie su valor cerca del punto.
- c) Que exista límite en el punto y coincida con el valor de la función.
- d) Que sea analítica en todo el plano complejo.

3. ¿Qué indican las ecuaciones de Cauchy-Riemann en términos prácticos?

- a) Condiciones de continuidad.
- b) Condiciones para la analiticidad.
- c) Condiciones para integrar.
- d) Condiciones para derivar parcialmente.

4. ¿Cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para que una función compleja sea analítica en un punto del plano complejo?

- a) La función debe ser continua en el punto, tener derivadas parciales continuas y cumplir $u_x = v_y, u_y = -v_x$ (ecuaciones de Cauchy-Riemann).
- b) Únicamente necesita tener derivadas parciales iguales respecto a x y respecto a y, sin importar continuidad.
- c) Debe cumplir que $u_x = -v_y, u_y = v_x$, y tener al menos derivadas parciales de primer orden en el punto.
- d) Debe ser continua en el punto y cumplir únicamente $u_x = v_x$ y $u_y = v_y$.

5. Considerando todo el plano complejo, indica cuál de las siguientes funciones cumple estrictamente con todas las condiciones para ser analítica en cada punto del plano:

- a) $f(z) = \bar{z}$
- b) $f(z) = z^2 + |z|$
- c) $f(z) = e^z$
- d) $f(z) = \frac{\operatorname{Re}(z)}{|z|}$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA



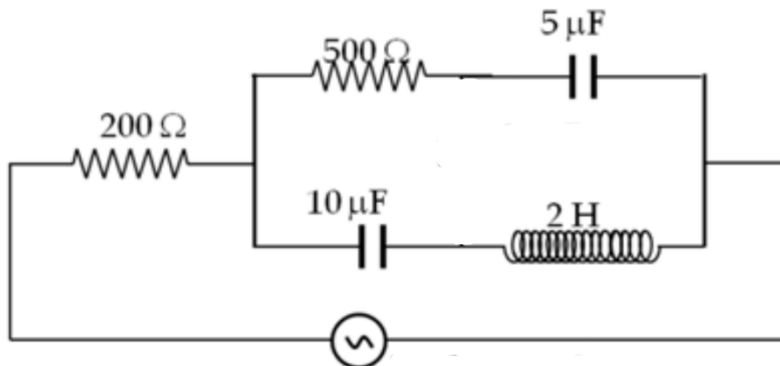
Sección II – Ejercicios prácticos. Proporciona respuestas claras(____/30 puntos)

1. Realiza la división de los números complejos ($z_1 = 18 + 12i$) y ($z_2 = 4 - 2i$), y expresa el resultado en forma polar.
2. Reconstruye una función analítica cuya parte real es $u(x, y) = x^2 + 2xy + y^2 + 3$, y cuya parte imaginaria $v(x, y)$ está relacionada con una función que involucra términos tanto de x como de y .
3. Resuelve el límite:

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^3 + 3z + 2}{z^2 + i}$$

Sección III: Problemas para Resolver - Resuelve solo **DOS** problemas mostrando todos los pasos necesarios para llegar a la solución. (____/ 40 puntos)

1. Calcula todas las raíces sextas del número complejo $1 + i$.
2. Encuentra la parte real $u(x, y)$ de la función compleja analítica. Si $v(x, y) = 3x^2y - y^3 + 5y$
3. Calcule la impedancia total del circuito (Z_T), la corriente total (I_T) y el Voltaje en el Inductor (V_L). Toma en cuenta que el Voltaje en el circuito es de $220 \angle -60^\circ \text{ V}$ y $f = 60 \text{ Hz}$





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA



Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- - **Lee cuidadosamente** cada pregunta antes de responder.
- - Se permite el uso de calculadoras y notas de clase.
- - **No** se permite el uso de **dispositivos electrónicos** para comunicación o acceso a internet.
- - La información proporcionada debe ser tu propio trabajo. No se permite colaboración entre estudiantes.

Sección I – Preguntas de opción múltiple. Marca la opción que consideres correcta. (_____/30 puntos)

1. ¿Qué condición es necesaria para aplicar el teorema de Cauchy-Goursat?

- a) El contorno debe ser abierto
- b) La función debe tener polos en el dominio
- c) La función debe ser analítica en un dominio simplemente conexo
- d) La función debe ser real en el contorno.

2. ¿Qué característica distingue a la serie de Laurent respecto a la de Taylor?

- a) Incluye senos y cosenos
- b) Solo aplica a funciones periódicas
- c) Puede incluir potencias negativas de z
- d) Se usa únicamente en el eje real

3. ¿Cuál es el coeficiente de $\frac{1}{z-z_0}$, en la serie de Laurent de una función?

- a) La derivada de la función en z_0
- b) El valor promedio sobre el círculo
- c) El residuo de la función en z_0
- d) El módulo de la función en z_0

4. Si $f(z) = \frac{1}{z^2+4}$ ¿cuáles son sus polos??

- a) $z = \pm 2i$, polos simples
- b) $z = \pm 2$, polos dobles
- c) $z = 0,4$, polos de orden 2
- d) No tiene polos, es analítica

5. ¿Cuál es el valor de la integral $\int_C \frac{1}{z-a} dz$ si C es un círculo que encierra a a ?

- a) 0
- b) $2\pi i$
- c) a
- d) πi

Sección II – Ejercicios prácticos. Proporciona respuestas claras(_____/30 puntos)

1. Evalúa la siguiente integral real utilizando el método de residuos:

- a) Calcula el gradiente $\nabla f(x, y)$.
- b) Evalúa $\nabla f(1,2)$.
- c) Calcula la derivada direccional de f en el punto $(1,2)$ en la dirección del vector $\vec{v} = (3,4)$.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
MATEMÁTICAS AVANZADAS PARA LA INGENIERÍA



2. Derivadas direccionales en múltiples trayectorias.

Sea $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

a) Evalúa la derivada direccional de f en $(1,1)$ en las direcciones:

i) $\vec{v}_1 = (1, 0)$

ii) $\vec{v}_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

b) ¿En cuál dirección crece más rápido la función y por qué?

3. Serie de Laurent de $\frac{1}{z(1-z)}$ alrededor de $z = 0$ para $|z| < 1$

Sección III: Problemas para Resolver - Resuelve solo **DOS** problemas mostrando todos los pasos necesarios para llegar a la solución. (____/ 40 puntos)

1. Descenso de gradiente

Aplica el método de descenso de gradiente a la función: $f(x, y) = 3x^2 + y^2$

- Punto inicial: $(2, 2)$
- Paso $\alpha = 0.1$
- $\|\nabla f(x, y)\| < 2.5$

2. Newton-Raphson

Sea $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$

- a) Encuentra el gradiente y la Hessiana.
- b) Aplica una iteración desde $(1, 1)$.
- c) Evalúa si el método converge localmente en ese punto, justificando.

3. Ascenso de colinas

Aplica el método de ascenso de colinas a la función: $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 4x$

- Punto inicial: $(0, 0)$
- Paso $\alpha = 0.2$
- $|\Delta f| < 0.1$

	Primer Examen Parcial de Matemáticas Avanzadas- IA 2022-2023-1	
Apellidos: _____ Nombre: _____	Grupo: 4BM1	

Instrucciones para el examen. Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular. Se permite el uso de calculadora. **Valor máximo del examen: 10 puntos (cada ejercicio vale 2puntos).**

- (a) Encontrar las soluciones z_1, z_2, z_3 de la ecuación $z^3 - (2 - i) = 0$. Enseguida proceda a evaluar las siguientes funciones en los complejos que se indican a la derecha:

(b) $f(z) = \frac{1}{z+i}$ en $z_1 + z_2$

(c) $f(z) = \frac{2iz+1}{z-1}$ en $z_2 + z_3$
- Determinar si los siguientes números complejos se encuentran en la imagen de las funciones señaladas:

(a) Verificar si $0 \in Im_f$ si $f(z) = \frac{4-3i}{z-i}$

(b) Verificar si $i \in Im_f$ si $f(z) = e^{(z^2-i)}$
- Expresar las siguientes sentencias en la forma $x + iy$:

 - $(-1)^i$
 - e^{3-i}
 - $\cos(2 + 3i)$
- Grafique los siguientes conjuntos A y B en el plano complejo y determine si pueden ser (o no) conexos y/o compactos:

 - $A = \{z \in \mathbb{C} | 1 < Re(z) \leq 2\}$
 - $B = \{z \in \mathbb{C} | |z| \leq 5 \text{ \& } |Im(z)| \geq 1\}$
- Calcular $f'(z_0)$ para los siguientes casos:

 - $f(z) = z^4 + 4z; \quad z_0 = i$
 - $f(z) = \frac{1}{z-1}; \quad z_0 = i$

	Segundo Examen Parcial de Matemáticas Avanzadas- IA 2022-2023-1	
Apellidos: _____ Nombre: _____	Grupo: 4BM1	

Instrucciones para el examen. Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular. Se permite el uso de calculadora. **Valor máximo del examen: 10 puntos (cada ejercicio vale 2puntos).**

- (a) En que dominio es derivable la función $f(z) = \frac{z^2}{e^x \cos y + i e^x \sin y}$. (b) Calcule $f'(z)$.
- Considere la función compleja $f(z) = z \operatorname{Im}(z)$:
(a) En que puntos es derivable $f(z)$. Si aplica, diga cuánto vale $f'(z)$. Dibuje.
(b) Si existe, cuánto vale $f'(0)$
- Calcular la integral $\int_{\gamma} f(z) dz$ de: $f(z) = \pi \exp(\pi \bar{z})$, con γ la semicircunferencia unitaria que pasa por $-i, 1, i$ (en ese orden).
- Sea C_1 que denota la curva orientada positivamente cuyos lados están sobre las líneas $x = \pm 1, y = \pm 1$; y sea C_2 la curva que rodea al círculo $|z - i| = 1$ (orientada en el sentido de las manecillas del reloj). Evalúe las siguientes integrales (notación: $\int_C = \int_a^b$).
a. $\int_{C_1} \frac{\tan(z/2)}{(z+z_0)^2} dz \quad (z_0 \in (-1,1))$
b. $\int_{C_2} \frac{1}{(z^2+4)^2} dz$
- Encuentre la serie de Maclaurin y radio de convergencia de la función $f(z) = \frac{-1}{(z+1)^2}$.

	Tercer Examen Parcial de Matemáticas Avanzadas- IA 2022-2023-1	
Apellidos: _____ Nombre: _____	Grupo: 4BM1	

Instrucciones para el examen. Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular. Se permite el uso de calculadora. Debe elegir 5 ejercicios (si hace seis, el ultimo que aparezca no será tomado en cuenta). **Valor máximo del examen: 10 puntos.**

1. [2 puntos] Encuentre la serie de Laurent centrada en cero de la función $f(z) = \frac{-1}{z(z+1)}$, en sus diferentes radios de convergencia.
2. [2puntos] Dada la función $f(x, y) = x^2 \sin(4y)$, calcular la derivada direccional en el punto $(1, -1)$ en la dirección de un vector u que forma un ángulo de 90° con el eje x . (b) Evaluar la jacobiana de la función $F(x, y) = (x^2y - xy^2, e^{xy})$ en el punto $(1, -1)$.
3. [2puntos] Calcular y clasificar los puntos críticos de la función escalar $f(x, y) = x^3 + y^2 - 2xy - 3x$.
4. [2puntos] Usar multiplicadores de Lagrange para determinar los extremos de la función $f(x, y) = 48x + 96y - x^2 - 2xy - 9y^2$ sujeto a: $20x + 4y = 216$.
5. [2 punto] Usando una descomposición propia de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcular A^{20}
6. [2 punto] Calcular las normas 1, 2 y de Frobenius de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.