

## Primer examen de Procesos Estocásticos

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Encuentre  $\text{Cov}(x_1, x_2)$  de las VA con función de distribución

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 4x_1x_2 & 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1 \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

2. Sea  $P$  una matriz estocástica. Encuentre un eigenvalor de  $P$ . Justifique su respuesta
3. Considere una caminata aleatoria sobre  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ . El caminante se puede mover de izquierda a derecha con probabilidades  $q = 1/4$  y  $p = 3/4$  respectivamente. Si el caminante llega a la posición 0 entonces pasará a 1 en el siguiente paso y si llega a 4 pasará a 3 en su siguiente movimiento. a) Encuentre la matriz de transición, b)  $P(Z_7 = 1 | Z_0 = 3, Z_2 = 2, Z_4 = 2)$  y c)  $P(Z_3 = 1, Z_5 = 3)$ . Suponga que la distribución inicial es uniforme.
4. Calcule  $V(y_1)$  y  $V(y_2)$  de las VA con función de distribución

$$f(y_1, y_2) = \begin{cases} 6(1 - y_2), & 0 \leq y_1 \leq y_2 \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

## Primer examen de Procesos Estocásticos

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Calcule la covarianza de las VA  $X$  y  $Y$  que tienen la función de distribución dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} 6(1 - y), & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

2. Sea  $X_0, X_1, \dots$  una cadena de Markov con matriz de transición  $P$ . Sea  $Y_n = X_{3n}$  para  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Demuestre que  $Y_0, Y_1, \dots$  es una cadena de Markov y escriba su matriz de transición
3. Considere una caminata aleatoria sobre  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ . El caminante se puede mover de izquierda a derecha con probabilidades  $q = 1/4$  y  $p = 3/4$  respectivamente. Si el caminante llega a la posición 0 entonces pasará a 1 en el siguiente paso y si llega a 4 pasará a 3 en su siguiente movimiento. a) Encuentre la matriz de transición, b)  $P(Z_7 = 1 | Z_0 = 3, Z_2 = 2, Z_4 = 2)$  y c)  $P(Z_3 = 1, Z_5 = 3)$ . Suponga que la distribución inicial es uniforme.
4. Las VA  $Y_1$  y  $Y_2$  son tales que  $E(Y_1) = 4, E(Y_2) = -1, V(Y_1) = 2$  y  $V(Y_2) = 8$ . Encuentre  $\text{Cov}(Y_1, Y_2)$

## Segundo examen de Procesos Estocásticos

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

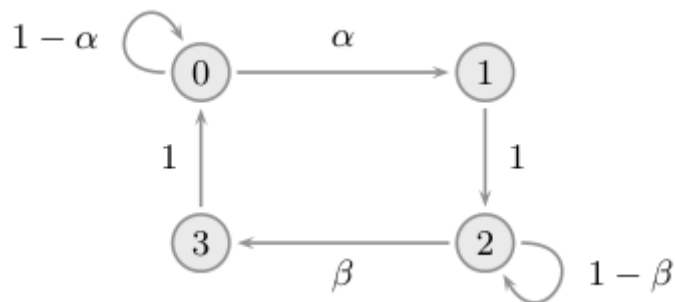
Grupo:

1. Una cadena de Markov tiene la matriz de transición

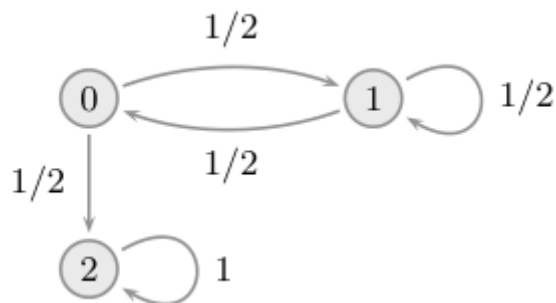
$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 & 1/6 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{pmatrix}$$

a) Demuestre que la cadena es reversible. b) ¿Cuál es el tiempo promedio que la cadena estará en cada estado?

2. Demuestre que el estado 1 de la cadena de Markov siguiente es recurrente



3. Para la cadena de Markov siguiente



calcule a)  $E(N_{1,0})$  y b)  $P(N_{1,0} = 3)$

4. Demuestre que toda clase de comunicación recurrente es cerrada

# Tercer examen de Procesos Estocásticos

- Especifique los detalles de su calculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Los clientes llegan a una tienda de acuerdo a un proceso de Poisson no-homogéneo con función de intensidad

$$\lambda(t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ 4 - t & \text{si } 2 \leq t < 4 \end{cases}$$

con  $t$  en horas apartir de la apertura de la tienda. Calcule

- a) La probabilidad de que dos clientes lleguen durante las primeras dos horas.
  - b) La probabilidad de que lleguen más de 5 clientes entre la primera y la tercera hora después de la apertura.
2. A partir de las 6 am llegan automóviles, autobuses y motocicletas a una caseta a un promedio de 1 vehículo cada 5 min, 10 min y 30 min, respectivamente. Calcule
    - a) la probabilidad de que en los primeros 20 min lleguen exactamente dos automóviles y una motocicleta.
    - b) la probabilidad de que ningún conductor tenga cambio exacto en los primeros 10 min si la probabilidad de que un conductor lleve cambio exacto es  $1/4$  independientemente del vehículo.
  3. Las fallas en un proceso mecánico se producen según un proceso de Poisson y estas se clasifican como mayores o menores. Las fallas mayores ocurren a una tasa de 1.5 fallas por hora mientras que las fallas menores ocurren a una tasa de 3.0 fallas por hora.
    - a) Calcule la probabilidad de que ocurran dos fallas en 1 hora.
    - b) Calcule la probabilidad de que en media hora no ocurra ninguna falla mayor.