



Segundo examen de Cálculo

Derivadas y su aplicación



Nombre: _____ Grupo: _____

Instrucciones: Resuelva 4 de los 7 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique cada uno de ellos.

1. Encuentre la derivada de la siguiente función, simplificando el resultado a su mínima expresión.

$$y = \frac{-\sqrt{x^2 + 1}}{x} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

2. (a) Demostrar que las gráficas de $y = x$ y $y = 1/x$ tienen rectas tangentes perpendiculares entre sí en su punto de intersección.

- (b) Calcular las ecuaciones de las dos rectas que simultáneamente son tangentes a las gráficas de las funciones $y = x^2$ y $y = -x^2 + 6x - 5$.

3. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la curva kappa $y^2(x^2 + y^2) = 2x^2$ en el punto $(1, 1)$.

4. Una polea situada en lo alto de un edificio de 12 metros levanta un tubo de la misma longitud hasta colocarlo en posición vertical, como se muestra en la figura. La polea recoge la cuerda a razón de -0.2 m/s . Calcular las razones de cambio vertical y horizontal del extremo del tubo cuando $y = 6$.

5. Analizar y dibujar la gráfica de la función calculando: dominio, simetría, intersecciones con los ejes, asíntotas, intervalos donde es creciente y decreciente, extremos relativos, concavidad y puntos de inflexión.

$$f(x) = x(8 - x)^{1/3}$$

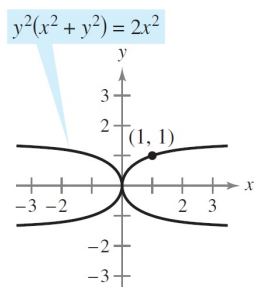
6. Halle el área máxima del rectángulo inscrito en la región limitada por la gráfica de $y = \frac{4-x}{2+x}$ y los ejes (véase la figura).

7. La medición de la circunferencia de un círculo produce un valor de 56 cm , con un posible error de 1.2 cm .

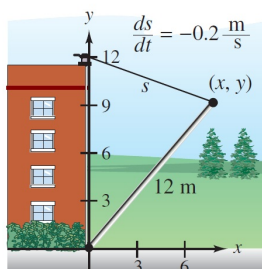
- (a) Aproximar el error absoluto, relativo y porcentual en el cálculo del área del círculo.

- (b) Estimar el máximo error porcentual permisible en la medición de la circunferencia si el error en el cálculo del área no excede el 3%.

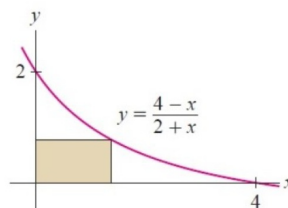
Curva kappa



Problema 3



Problema 4



Problema 6