

**PRIMERA EVALUACIÓN**  
**CALCULO**  
**14 de octubre de 2024**  
**Tipo A**  
**Prof. Perla Rebeca Sánchez Vargas**

Nombre: \_\_\_\_\_

• **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

• **No se permite el uso de calculadora ni de teléfono celular.**

1. (1pts.) Dadas la siguientes funciones

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 6} \text{ y } g(x) = \sqrt{x}$$

Obtenga (a)  $fg$  ; (b)  $g \circ f$  y, determine el dominio de cada función resultante.

2. (1.5pts.) Considere la función  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

- a. Encuentre un subconjunto donde la función es inyectiva y demuéstrelo.
- b. Encuentre la función inversa
- c. Realice la composición de funciones:  $f \circ f^{-1}$  y  $f^{-1} \circ f$

3. (1pts.) Calcule los siguientes límites:

a.  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x-4} - 2}{x-8}$

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{12x+1}{\sqrt{9x^2+4}}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(2x)(1 - \cos x)}{x^2}$

4. (1.5pts.) Para la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^3+1} & \text{si } x \leq 1 \\ 3x-4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a. Determine todas las discontinuidades y clasifíquelas
- b. Escriba los intervalos abiertos donde la función es continua
- c. Determine si la función es continua en  $[1, \infty)$

5. (1pts.) Utilice el teorema de compresión para determinar el valor del siguiente límite.

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

6. (1pts.) Usar la gráfica base de la función coseno (solo un periodo) para bosquejar la gráfica de la función  $f(x) = 2\cos(2x) - 1$ .

**ESCOM - INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SEGUNDA EVALUACIÓN**  
**CÁLCULO**  
**25 de noviembre de 2024**

Nombre: \_\_\_\_\_

- **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

1. (1.0pts) Use la definición para calcular  $f'(x_0)$ .

$$f(x) = x^2 - 3x \quad x_0 = 2$$

2. (1.0pts) Utilize las reglas de derivación para encontrar la derivada de las siguientes funciones:

a.  $f(x) = e^{-5x} \sqrt{\frac{\tan x}{\cos x - 4}}$

b.  $f(x) = x^{5x}$

3. (1.0pts) Halle una ecuación de la recta tangente a la curva en el punto que se indica.

$$xy + x^2y^2 = 5 \quad (2, 1)$$

4. (1.0pts) Calcule la derivada de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < -1 \\ -1 - 2x, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

5. (1.5pts) Sea  $f(x) = x^3 - 2x^2$ , determine :

- a. puntos críticos.
- b. máximos y mínimos locales.
- c. intervalos donde la función es creciente y decreciente
- d. intervalos donde la función es convexa y cóncava.
- e. puntos de inflexión
- f. Bosquejo de la gráfica.

**Resuelva solamente uno de los siguientes problemas:**

6. (1.5pts) Un hilo de alambre de  $12m$  se corta en dos trozos y con los trozos se forma un cuadrado y un círculo. Como debe cortarse el alambre de manera que la suma de las dos áreas sea mínima.
7. (1.5pts) Una escalera de  $7m$  de longitud está apoyada sobre una pared. Si la base de la escalera se empuja horizontalmente hacia la pared a una tasa de  $1.5m/s$ .  
Qué tan rápido se desliza hacia arriba la parte superior de la escalera sobre la pared cuando su base se encuentra a  $2m$  de la pared?

**TERCERA EVALUACIÓN**  
**CALCULO**  
8 de ENERO de 2025

Nombre: \_\_\_\_\_

- RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.
- No se permite el uso de calculadora, ni de celular, ni de formulario

1. (3.0pts.) Encuentre las siguientes integrales.

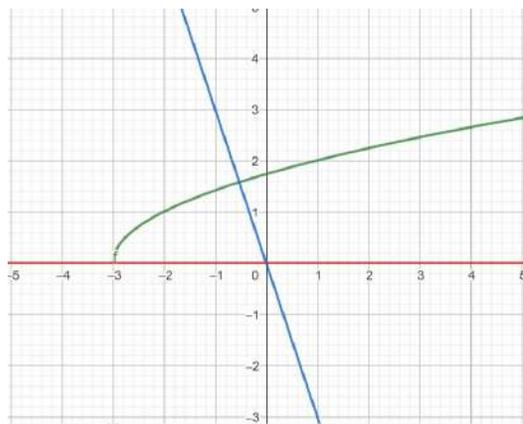
a.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$

b.  $\int \frac{6x^2 + 7x - 6}{(x-2)(x+2)^2} dx$

c.  $\int \frac{(\ln x)^2}{x^2} dx$

2. (2.0pts.) Dibuje la región limitada por las curvas:  $y = 8 - 3x$ ,  $y = 6 - x$  y  $y = 2$   
Luego calcule su área como una integral con respecto a x.

3. (2.0pts.) Considere la región limitada por las curvas  $y = \sqrt{x+3}$ ,  $y = -3x$  y  $y = 0$ .



- Utilice el método de discos para hallar el volumen de revolución respecto al eje  $x$  de la región descrita arriba.
- Utilice el método de capas cilíndricas para hallar el volumen de revolución respecto al eje  $x$  de la región descrita arriba.



## Primer examen de Cálculo

### Funciones y límites

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo \_\_\_\_\_

Instrucciones: Resuelva 4 de los 6 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique lo que está realizando.

1. (a) Determinar todos los valores de  $c$  de manera que el dominio de la función  $f(x)$  sea el conjunto de todos los números reales.

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+2cx+4}.$$

- (b) Determine el conjunto solución que satisface siguiente desigualdad

$$\left| \frac{3x+12}{x+2} \right| > 1.$$

2. (a) Halle todos los valores de  $c$  para los que el límite existe

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x+c}{x-1}$$

- (b) ¿Para qué signo el límite existe y cuánto vale?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \pm \frac{1}{x(x-1)}$$

3. (a) Utilizando métodos algebraicos calcule el siguiente límite trigonométrico

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(3h)-1}{\cos(2h)-1}.$$

- (b) Calcule el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{9x^3+x} - x^{3/2} \right)$$

4. Hallar el valor de  $a$  y  $b$  que hace a  $f$  continua en todas partes

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-12}{x^2-9}, & \text{si } x < -3 \\ ax^2+bx-2, & \text{si } -3 \leq x \leq 1 \\ \frac{1-x}{x^2-1}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

5. Dibujar la gráfica de la función calculando el dominio, rango, intersecciones con los ejes, simetría y asíntotas.

$$f(x) = \frac{4}{x^2} + 1$$

6. Encuentre el valor de  $k$  tal que la recta sea tangente a la gráfica de la función.

$$f(x) = k\sqrt{x}, \quad y = x + 4.$$



## Primer examen de Cálculo

### Funciones y límites

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Instrucciones: Resuelva 4 de los 6 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique lo que está realizando.

1. Determine el conjunto solución que satisfacen las siguientes desigualdades

a)  $x^3 + 3x < 4x^2$                       b)  $|x - 1| - |x - 3| \geq 5$ .

2. (a) Calcular el siguiente límite algebraico

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + x}}$$

- (b) Halle todos los valores de  $c$  para los que el límite existe. Luego, calcule el valor de dicho límite.

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{x^2 - 5x - 6}{x - c}$$

3. (a) Calcular el siguiente límite en el infinito

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 + bx}$$

- (b) Calcular el siguiente límite trigonométrico

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) \sin(2x)}{x \sin(5x)}$$

4. Hallar el valor de  $a$  y  $b$  que hace a  $f$  continua en todas partes

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+4}{12-3x^2}, & \text{si } x < -2 \\ ax^2 - bx + 3, & \text{si } -2 \leq x \leq 4 \\ \frac{x-4}{\sqrt{x}-\sqrt{8-x}}, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

5. Dibujar la gráfica de la función calculando el dominio, rango, intersecciones con los ejes, simetría y asíntotas.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

6. Use la definición de derivada para encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = \frac{1-x}{2+x}$  en  $x = -1$ .



## Segundo examen de Cálculo

### Derivadas y su aplicación

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Instrucciones: Resuelva 5 de los 7 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique cada uno de ellos.

1. Encuentre la derivada de la siguiente función, simplificando el resultado a su mínima expresión.

$$y = -\frac{\sqrt{x^2 + 4}}{2x^2} - \frac{1}{4} \ln \left( \frac{2 + \sqrt{x^2 + 4}}{x} \right).$$

2. (a) Demuestre que cualquier función de la forma

$$y = A \sinh(mx) + B \cosh(mx)$$

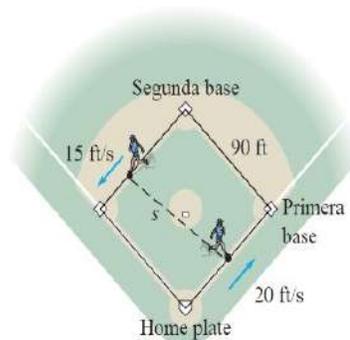
cumple con la ecuación diferencial  $y'' = m^2y$ .

- (b) Recuerde que  $\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$  y que  $\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ . Determine  $y = y(x)$  tal que  $y'' = 9y$ ,  $y(0) = -4$  y  $y'(0) = 6$ .

3. Pruebe, derivando la ecuación, que si la recta tangente a un punto  $(x, y)$  de la curva  $x^2y - 2x + 8y = 2$  es horizontal, entonces  $y = 1/x$ . A continuación, sustituya este resultado en la expresión original para encontrar los dos puntos de la curva  $x^2y - 2x + 8y = 2$  cuya recta tangente es horizontal.
4. El jugador 1 corre hacia la primera base a una velocidad de  $20 \text{ ft/s}$ , mientras que el jugador 2 corre desde la segunda base hacia la tercera a una velocidad de  $15 \text{ ft/s}$ . Sea  $s$  la distancia entre los dos jugadores. ¿Con qué rapidez está cambiado  $s$  cuando el jugador 1 está a  $30 \text{ ft}$  del home plate y el jugador 2 está a  $60 \text{ ft}$  de la segunda base?
5. Analizar y dibujar la gráfica de la función calculando: dominio, simetría, intersecciones, asíntotas, extremos relativos, concavidad y puntos de inflexión.

$$y = 1 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^3}$$

6. Una caja de  $72 \text{ m}^3$  de volumen, con base cuadrada y sin tapa se construye a partir de dos materiales diferentes. El coste de la base es de  $\$40/\text{m}^2$  y el coste de los lados es de  $\$30/\text{m}^2$ . Halle las dimensiones de la caja que minimizan el coste total.
7. Se encuentra que la medición de un lado de un triángulo rectángulo es igual a  $9.5 \text{ cm}$  y que el ángulo opuesto a ese lado es de  $26.75^\circ$  con un posible error de  $0.25^\circ$ . (Sugerencia: Trabaje los ángulos en radianes y no en grados)
- (a) Aproximar el error absoluto, relativo y porcentual en el cálculo de la longitud de la hipotenusa.
- (b) Estimar el máximo error porcentual permisible en la medición del ángulo si el error en el cálculo de la longitud de la hipotenusa no puede ser mayor que  $2\%$ .



**Problema 4**



## Segundo examen de Cálculo

### Derivadas y su aplicación

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Instrucciones: Resuelva 5 de los 7 problemas propuestos a continuación. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique cada uno de ellos.

1. Encuentre la derivada de la siguiente función, simplificando el resultado a su mínima expresión.

$$y = -\frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + \ln(x + \sqrt{x^2+1}).$$

2. Mediante los principios de la física se puede demostrar que cuando un cable cuelga entre dos postes toma la forma de una curva  $y = f(x)$  que cumple con la ecuación diferencial

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\rho g}{T} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2},$$

donde  $\rho$  es la densidad lineal del cable,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $T$  es la tensión del cable en su punto más bajo. El sistema coordenado se elige en forma adecuada. Recordando que  $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$ , compruebe que la siguiente función es una solución de esta ecuación diferencial.

$$y = f(x) = \frac{T}{\rho g} \cosh\left(\frac{\rho g x}{T}\right)$$

3. Halle los 4 puntos del folium  $(x^2 + y^2)^2 = \frac{25}{4}xy^2$  para los cuales  $x = 1$ . Después, calcule la pendiente de la recta tangente a la curva en esos 4 puntos.
4. Cuando la rueda de  $r$  cm de radio de la figura 20 está girando, la varilla de longitud  $L$  unida al punto  $P$  impulsa un pistón adelante y atrás en línea recta. Sea  $x$  la distancia del origen al punto  $Q$  donde acaba la varilla, tal y como se muestra en la figura.

- (a) Use el teorema de Pitágoras para demostrar que:

$$L^2 = (x - r \cos \theta)^2 + r^2 \sin^2 \theta.$$

- (b) Derive la ecuación anterior con respecto a  $t$ .

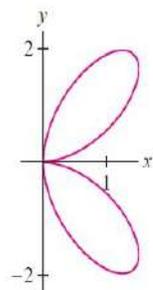
- (c) Calcule la velocidad del pistón cuando  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , suponiendo que  $r = 10\text{cm}$ ,  $L = 30\text{cm}$  y que la rueda gira a 4 revoluciones por minuto.

5. Analizar y dibujar la gráfica de la función calculando: dominio, simetría, intersecciones con los ejes, asíntotas, intervalos donde es creciente y decreciente, extremos relativos, concavidad y puntos de inflexión.

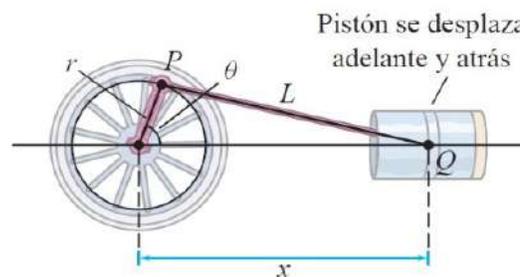
$$f(x) = 18(x-3)(x-1)^{2/3}$$

6. Halle las dimensiones de un cilindro de volumen  $1\text{ m}^3$  de coste mínimo, si la parte superior e inferior están realizadas con un material que cuesta dos veces más que el material utilizado para el lado.

7. Suponga que no tiene una fórmula para  $g(x)$  pero sabe que  $g(2) = -4$  y  $g'(x) = \sqrt{x^2+5}$  para toda  $x$ . Use diferenciales para estimar  $g(1.95)$  y  $g(2.05)$ .



Problema 3



Problema 4



Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Cómputo  
Primer examen parcial de cálculo



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Lea cuidadosamente cada ejercicio y resuelva correctamente, justificando todas sus respuestas.

1. (2 puntos) Dibuje la gráfica de las siguientes funciones, usando traslaciones, reflexiones, compresiones y estiramientos de una función adecuada.

a)  $y = \frac{1}{1-x}$

b)  $y = |2x - 1| + 1$

2. (2 puntos) Encuentre fórmulas para  $f \circ g$  y  $g \circ f$ , y determine el dominio de las composiciones, si  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ ,  $g(x) = \frac{x}{1-x}$

3. (1 punto) Suponga que  $f$  tiene dominio  $(-\infty, \infty)$ . Determine si la siguiente función es par o impar o ninguna de las dos.

$$g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

4. (2 puntos) Encuentre la inversa de la función  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

5. (2 puntos) Evalúe el límite si existe. Si no existe, determine si los límites laterales existen (o son infinitos).

a)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(4x)}{\text{sen}(3x)}$

c)  $\lim_{x \rightarrow b} \frac{x^3 - b^3}{x - b}$

6. (1 punto) Encuentre un valor de  $k$ , si existe, tal que la siguiente función sea continua en todo número real.

$$f(x) = \begin{cases} 9 - x^2, & x \geq 3 \\ k/x^2, & x < 3 \end{cases}$$



Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Cómputo  
Segundo examen parcial de cálculo



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Lea cuidadosamente cada ejercicio y resuelva correctamente, justificando todas sus respuestas.

1. Use la definición para calcular  $f'(a)$  y encuentre la ecuación de la recta tangente en  $a = 3$  para la función

$$f(t) = \sqrt{t^2 + 1}$$

2. Encuentre la derivada de las siguientes funciones, simplificando a su mínima expresión.

a)  $h(z) = (z + (z + 1)^{1/2})^{-3/2}$

b)  $y = \frac{1}{(1-x)\sqrt{2-x}}$

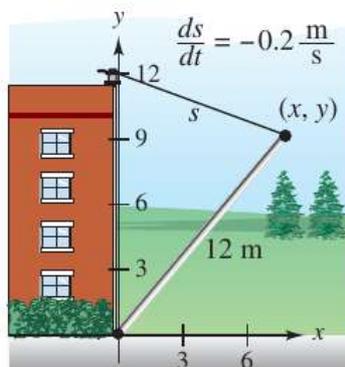
3. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva  $e^{2x-y} = \frac{x^2}{y}$  en el punto  $(2, 4)$ .

4. Encuentre los intervalos en los cuales la función

$$f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$$

es creciente o decreciente, cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo y los máximos o mínimos locales.

5. Un cabrestante situado en lo alto de un edificio de 12 metros levanta un tubo de la misma longitud hasta colocarlo en posición vertical, como se muestra en la figura. El cabrestante recoge la cuerda a razón de  $-0.2$  m/s. Calcule las razones de cambio vertical y horizontal del extremo del tubo cuando  $y = 6$ .





Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Cómputo  
Tercer examen parcial de cálculo



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Lea cuidadosamente cada ejercicio y resuelva correctamente, justificando todas sus respuestas.

1. (6 puntos) Resuelva las siguientes integrales por el método indicado

a)  $\int x^{-2} \tan^{-1} x \, dx$  (integración por partes)

b)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} \, dx$  (sustitución trigonométrica)

c)  $\int x^2 (\ln x)^2 \, dx$  (integración por partes)

d)  $\int \frac{dt}{(t-3)^2(t+4)}$  (fracciones parciales)

e)  $\int \frac{dx}{x^{3/2} + ax^{1/2}}$ ,  $a > 0$  (sustitución)

f)  $\int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x}-1}}$  (sustitución)

2. (2 puntos) Evalúe las siguientes integrales definidas

a)  $\int_{-3}^3 |x^2 - 4| \, dx$

b)  $\int_0^{\ln 3} e^{x-e^x} \, dx$

3. (2 puntos) Encuentre el área de la región encerrada por las gráficas de las siguientes funciones

a)  $y = 2 - x^2$ ,  $y = x$

b)  $x = y^2 - 9$ ,  $x = 15 - 2y$



ESCUELA SUPERIOR DE CÁLCULO  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
1er. parcial de Cálculo Tipo A



Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Boleta: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Contesta de forma clara y escribe todo el procedimiento. No se permite el celular únicamente calculadora. Cada problema cuenta con un valor de 2 puntos.

**Problemas:**

1. Halle el dominio y el recorrido de la función dada.

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad (1)$$

2. Determine si la función es par, impar o ninguna de las dos cosas.

$$H(\theta) = \sin(\theta^2) \quad (2)$$

3. Determine si existe una constante  $c$  tal que la recta  $x + cy = 1$ :

a) Tenga pendiente 4.

4. Calcule las funciones compuestas  $f \circ g$  y  $g \circ f$  y determine sus dominios respectivos.

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad (3)$$

$$g(x) = x^{-4} \quad (4)$$

5. Resuelva la siguiente ecuación:

$$\sin(2x) + \cos(x) = 0 \quad \text{para } 0 \leq x < 2\pi. \quad (5)$$



ESCUELA SUPERIOR DE CÁLCULO  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
1er. parcial de Cálculo Tipo B



Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Boleta: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Contesta de forma clara y escribe todo el procedimiento. No se permite el celular únicamente calculadora. Cada problema cuenta con un valor de 2 puntos.

**Problemas:**

1. Halle el dominio y el recorrido de la función dada.

$$g(t) = \sqrt{2-t} \quad (1)$$

2. Determine si la función es par, impar o ninguna de las dos cosas.

$$f(t) = \frac{1}{t^4 + t + 1} - \frac{1}{t^4 - t + 1} \quad (2)$$

3. Halle la ecuación de la recta que corta:

a) el eje  $x$  en  $x = 4$  y el eje  $y$  en  $y = 3$

4. Sean las funciones  $h$  y  $g$ . Calcule las funciones compuestas  $h(g(x))$  y  $g(h(x))$  y halle sus dominios.

$$h(x) = \cos x, \quad (3)$$

$$g(x) = x^{-1} \quad (4)$$

5. Demuestre que si  $\tan \theta = c$  y  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ , entonces:

$$\cos \theta = 1/\sqrt{1+c^2} \quad (5)$$



ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
2do. parcial de Cálculo Tipo A



Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Boleta: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

Calif: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Contesta de forma clara y escribe todo el procedimiento. No se permite el celular únicamente calculadora. Cada problema cuenta con un valor de 2 puntos.

**Problemas:**

1. Pruebe que si deriva a ambos lados de  $x^2 + 2y^3 = 6$ , el resultado es

$$2x + 6y^2 \frac{dy}{dx} = 0 \quad (1)$$

A continuación, despeje  $\frac{dy}{dx}$  y evalúe esta derivada en el punto  $(2, 1)$ .

2. Determine en ambos problemas los intervalos de concavidad/convexidad de la función y halle los puntos de inflexión.

$$y = x^2 - 4x + 3, \quad y = \frac{1}{x^2 + 3} \quad (2)$$

3. Calcule la tasa de variación de la velocidad de escape respecto a la distancia  $r$  al centro de la Tierra.

$$v_{esc} = (2,82 \times 10^7)r^{-1/2} \text{ m/s} \quad (3)$$

4. De la siguiente función, dibuje su gráfica y determine su asíntota oblicua:

$$y = \frac{x^2}{x + 2} \quad (4)$$

5. Halle el punto sobre la recta  $f(x) = x$  mas cercano al punto  $P$ . Tip: Minimiza el cuadrado de la distancia.

$$\mathbf{y = x, \quad P=(1,0)} \quad (5)$$



ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
2do. parcial de Cálculo Tipo A



Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Boleta: \_\_\_\_\_

Grupo: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

Calif: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Contesta de forma clara y escribe todo el procedimiento. No se permite el celular únicamente calculadora. Cada problema cuenta con un valor de 2 puntos.

**Problemas:**

1. Pruebe que si deriva a ambos lados de  $x^2 + 2y^3 = 6$ , el resultado es

$$2x + 6y^2 \frac{dy}{dx} = 0 \quad (1)$$

A continuación, despeje  $\frac{dy}{dx}$  y evalúe esta derivada en el punto  $(2, 1)$ .

2. Determine en ambos problemas los intervalos de concavidad/convexidad de la función y halle los puntos de inflexión.

$$y = x^2 - 4x + 3, \quad y = \frac{1}{x^2 + 3} \quad (2)$$

3. Calcule la tasa de variación de la velocidad de escape respecto a la distancia  $r$  al centro de la Tierra.

$$v_{esc} = (2,82 \times 10^7)r^{-1/2} \text{ m/s} \quad (3)$$

4. De la siguiente función, dibuje su gráfica y determine su asíntota oblicua:

$$y = \frac{x^2}{x + 2} \quad (4)$$

5. Halle el punto sobre la recta  $f(x) = x$  mas cercano al punto  $P$ . Tip: Minimiza el cuadrado de la distancia.

$$\mathbf{y = x}, \quad P=(1,0) \quad (5)$$

# PRIMER EXAMEN DE CÁLCULO

Prof. Misael Solorza Guzmán

21 de octubre de 2024

Nombre del Alumno: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Lea y explora un método para resolver de manera clara, limpia con desarrollo jerárquico adecuado sin omitir ningún razonamiento en la estructura del problema.

1. Obtenga el valor de  $x$  solución en la inecuación  $|x + 3| \leq 2x - 5$ . (Valor 2.0)
2. Calcule el valor de  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x} + \frac{\csc 3x}{\cot x}}$  use algebra preliminares y técnicas de límites, NO regla de L'Hopital. (Valor 2.0)
3. De  $f(x) = |x^2 - 1|$ ;  $g(x) = |x - 1|$ , determine la función resultante y el dominio en  $(f - g)(x)$ ,  $(f \cdot g)(x)$ ,  $(\frac{f}{g})(x)$  y  $(f \circ g)(x)$ . (Valor 2.0)
4. Determine de forma analítica toda la información de  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}}$  que incorpore dominio, simetría, punto de intersección en los ejes y asíntotas si existen. Confirme sus conclusiones y bosqueje la función en una gráfica. (Valor 2.0)
5. Halle toda información analítica de la función  $f(x) = 3 \operatorname{sen}(3x - \frac{\pi}{3}) + 3$  en el primer periodo positivo y bosqueje la gráfica transformada. (Valor 2.0)

# SEGUNDO EXAMEN DE CÁLCULO

Prof. Misael Solorza Guzmán

28 de noviembre de 2024

Nombre del Alumno: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Determine de manera clara, limpia y ordenada el desarrollo del razonamiento de la respuesta.

1. Determine la derivada  $e^{xy} = x^{\operatorname{sen} x} \ln \cos x$ .
2. Utilice la definición de la derivada y obtenga la ecuación de la recta normal a la curva  $y = \frac{8x}{x^2 + 3}$  en el punto  $(3, 2)$ .
3. Una persona de 6 ft de estatura camina hacia un edificio a una tasa de  $5\frac{\text{ft}}{\text{s}}$ . Si hay una lámpara en el piso a 50 ft del edificio, ¿qué tan rápido disminuye la sombra de la persona proyectada en el edificio cuando la persona está a 30 ft del edificio?
4. Usando un Método adecuado calcule la integral  $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 - e^x}} dx$  dada.
5. Bosqueje la gráfica de la función

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \operatorname{sen} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) & \text{si } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$

siguiendo el procedimiento analítico de toda la información que incorpore dominio, simetría, punto de intersección en los ejes, asíntotas, números críticos, puntos de inflexión y sus propiedades al concluir toda información en una tabla que confirme sus estimaciones.

# Tercer Examen de Cálculo

Prof. Misael Solorza Guzmán

19 de diciembre de 2024

Nombre del Alumno: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Resuelva de manera clara, limpia y estructure su desarrollo ordenadamente lo que se le pide.

1. Aplique el método más adecuado en la respuesta de las integrales siguientes:

a) 
$$\int \frac{1}{\sec x (1 + \sen^2 x)} dx$$

b) 
$$\int_0^1 \frac{\sqrt{16 - e^{2x}}}{e^x} dx$$

2. Determine el área exacta de la región limitada por el trapecio cuyo vértices son  $(-3, 4)$ ,  $(-1, -3)$ ,  $(3, 4)$  y  $(8, -3)$ .

3. Obtenga el volumen del sólido de revolución generado si la región acotada  $[0, \pi]$  por un arco de la curva senoidal se gira alrededor del eje  $X$ .

4. Determine el área de la superficie de revolución generada al girar el arco de la catenaria  $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$  desde  $x = 0$  hasta  $x = a$  al girar alrededor del eje  $X$ .

# Examen extraordinario de Cálculo

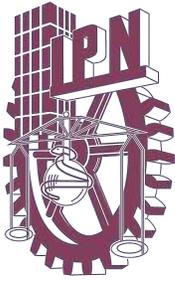
Prof. Misael Solorza Guzmán

13 de enero de 2025

Nombre del Alumno: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Resuelve de manera clara, limpia y ordenadamente sin omitir ningún razonamiento lo que se le pida.

1. Encuentre  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\csc 2x}{\cot 2x} + \frac{\sen 3x}{3x^2 + 2x} \right)$  usando algebra preliminares y técnicas de límites; No regla de L'Hopital. (Valor 2.0)
2. Con la definición de la derivada, halle la ecuación de la recta normal a la curva  $y = x^3 - 3x$  que sea paralela a la recta  $2x + 18y - 9 = 0$ . (Valor 2.0)
3. Resuelve aplicando las técnicas de la derivadas a la ecuación  $y^{\cos y} \sqrt{y} = x^{\cos x} \sqrt{x}$  y halle  $y'$ . (Valor 2.0)
4. Obtega la integral indefinida  $\int \csc^3 3t dt$ , según el método más conveniente. (Valor 2.0)
5. Considere  $y \geq 0$  y determine el área de la superficie de revolución generada al lazo de la curva  $18y^2 = x(6 - x)^2$  girando alrededor del eje  $X$ . (Valor 2.0)



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### PRIMER EXÁMEN PARCIAL DE CÁLCULO



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Estudiante:

V1  
1BV1

Fecha: 30/10/24

N.L:

**Instrucciones:** Resuelva cuatro de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa (en el lugar correspondiente). No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas. De ser necesario solicite hojas adicionales (a la que tienen al final del examen). De dejar algún espacio en blanco, táchelo con pluma. **El uso de dispositivos electrónicos como audifonos, smartwatch o celulares está prohibido.**

**P.01.** Establezca el conjunto solución para las siguientes desigualdades:

$$\frac{1}{x} \leq \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} \quad (\text{a})$$

$$||x + 1| - |x - 1|| < 1 \quad (\text{b})$$

**P.02.** Demuestre lo siguiente:

- Si  $a$  y  $b$  son dos reales cualesquiera, entonces:  $|a + b| \leq |a| + |b|$
- Demuestre que si  $|x| \leq 1$ , entonces  $x^2 \leq x$

**P.03.** Un plan de telefonía celular tiene una carga básica de 35 dólares al mes. El plan incluye 400 minutos gratis y cargos de 10 centavos de dólar por cada minuto adicional de uso. Escriba el costo mensual  $C$ , como una función del número  $x$  de minutos utilizados, y grafique  $C$  como una función para  $0 \leq x \leq 600$ .

**P.04.** Grafique la siguiente funciones a mano, sin trazar puntos, si no empezando con la gráfica de una función esencial, hasta llegar a la función solicitada:

- $y = |\cos(\pi x)|$
- $y = x^2 + 6x + 4$

Coloque elementos que permitan identificar las diferencias en cada grafica, de ser necesario.

**P.05.** Realice lo que se le pide

- Resuelva la siguiente ecuación para  $x$

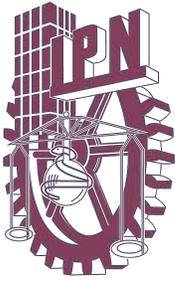
$$\ln(\ln(x)) = 1$$

- Halle una fórmula para la inversa de la función:

$$y = \frac{e^x}{1 + 2e^x}$$

**P.06.** Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Recuerde que si la respuesta es verdadero, debe argumentar por que lo es; de ser falso, deberá dar un contra ejemplo.

- (a) Si  $f$  es una función, entonces  $f(s + t) = f(s) + f(t)$ .
- (b) Si  $f(s) = f(t)$ , entonces  $s = t$ .
- (c) Si  $f$  es una función, entonces  $f(3x) = 3f(x)$
- (d) Si  $x$  es cualquier número real, entonces  $\sqrt{x^2} = x$ .
- (e)  $\tan^{-1}(-1) = \frac{3\pi}{4}$



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### PRIMER EXÁMEN PARCIAL DE CÁLCULO



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Estudiante:

V2  
1BV1

Fecha: 30/10/24  
N.L:

**Instrucciones:** Resuelva cuatro de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa (en el lugar correspondiente). No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas. De ser necesario solicite hojas adicionales (a la que tienen al final del examen). De dejar algún espacio en blanco, tachelo con pluma. **El uso de dispositivos electrónicos como audifonos, smartwatch o celulares está prohibido.**

**P.01.** Establezca el conjunto solución para las siguientes desigualdades:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \text{(b)} \\ \left| 4 - \frac{7}{2x-1} \right| \geq 7 & -3 < \frac{1}{x} \leq 1 \end{array}$$

**P.02.** Demuestre lo siguiente:

- Si  $|x + 3| < \frac{1}{2}$ , entonces  $|4x + 13| < 3$
- Si  $0 < a < b$ , entonces  $a^2 < b^2$

**P.03.** Realice lo que se le pide:

(a) Encuentre el dominio de la función:

$$f(u) = \frac{u+1}{1 + \frac{1}{u+1}}$$

- (b) Si el punto  $(5, 3)$  está en la gráfica de una función par ¿Cuál otro punto también debe estar en la gráfica?. Si el punto  $(5, 3)$  está en la gráfica de una función impar. ¿Cuál otro punto también debe estar en la gráfica?
- (c) Si  $f$  y  $g$  son funciones pares, ¿es  $f + g$  par?. Si  $f$  y  $g$  son funciones impares, ¿es  $f + g$  impar?. ¿Qué sucede si  $f$  es par y  $g$  es impar?. Justifique sus respuestas.

**P.04.** ¿Cómo es la gráfica de  $y = 2\text{sen}(x)$  en relación con la gráfica de  $y = \text{sen}(x)$ . Grafique  $y = 2\text{sen}(x)$ . ¿Cómo es la gráfica de  $y = 1 + \sqrt{x}$  en relación con la gráfica de  $y = \sqrt{x}$ ?. Grafique  $y = 1 + \sqrt{x}$ .

**P.05.** Realice lo que se le pide

- Pruebe que:

$$\cos(\text{sen}^{-1}(x)) = \sqrt{1-x^2}$$

- Halle una fórmula para la inversa de la función:

$$y = x^2 - x$$

para  $x \geq \frac{1}{2}$

**P.06.** Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Recuerde que si la respuesta es verdadero, debe argumentar por que lo es; de ser falso, deberá dar un contra ejemplo.

- (a) Si  $f$  y  $g$  son funciones, entonces  $f \circ g = g \circ f$ .
- (b) Si  $f$  es uno a uno, entonces  $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$ .
- (c) Siempre se puede dividir por  $e^x$ .
- (d) Si  $x > 0$  y  $a > 1$ , entonces  $\frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \ln\left(\frac{x}{a}\right)$
- (e)  $\tan^{-1}(x) = \frac{\text{sen}^{-1}(x)}{\cos^{-1}(x)}$



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### SEGUNDO EXÁMEN PARCIAL DE CÁLCULO



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Estudiante:

V1  
1BV1

Fecha: 18/12/24  
N.L:

**Instrucciones:** Resuelva dos de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa (en el lugar correspondiente). No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas. De ser necesario solicite hojas adicionales. El problema marcado como P.E. cuenta para calificación adicional. De dejar algún espacio en blanco, táchelo con pluma. **El uso de dispositivos electrónicos como audífonos, smartwatch o celulares está prohibido.**

**P.01.** Calcule los límites siguientes, si estos existen. Si el límite no existe, explique por qué:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\text{sen}(6x)}{3\cos^2(x) - \text{sen}^2(x)}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 3^+} \ln(x^2 - 9)$$

además, muestre que:

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{df}{dg} \frac{dg}{dx}$$

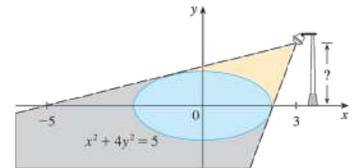
mediante la definición de derivada.

**P.02.** ¿Para qué valores de la constante  $c$  la función  $f$  dada por:

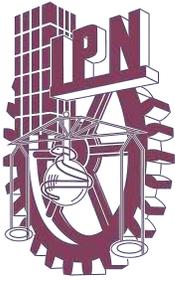
$$f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x & x < 2 \\ x^3 - cx & x \geq 2 \end{cases}$$

es continua sobre  $(-\infty, \infty)$ ?

**P.03.** En la figura se muestra una lámpara colocada tres unidades hacia la derecha del eje  $y$  y una sombra creada por la región elíptica  $x^2 + 4y^2 \leq 5$ . Si el punto  $(-5, 0)$  está en el borde de la sombra, ¿qué tan arriba del eje  $x$  está colocada la lámpara?



**P.E.** Supongamos que  $g$  es una función par y sea  $h = f \circ g$ . ¿Es  $h$  siempre una función par?



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### SEGUNDO EXÁMEN PARCIAL DE CÁLCULO



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Estudiante:

V2  
1BV1

Fecha: 18/12/24

N.L:

**Instrucciones:** Resuelva dos de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa (en el lugar correspondiente). No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas. De ser necesario solicite hojas adicionales. El problema marcado como P.E. cuenta para calificación adicional. De dejar algún espacio en blanco, tachelo con pluma. **El uso de dispositivos electrónicos como audífonos, smartwatch o celulares está prohibido.**

**P.01.** Calcule los límites siguientes, si estos existen. Si el límite no existe, explique por qué:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\beta x} (e^{-\alpha x + \beta x} - 1)}{x} \quad (\text{a})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right) \quad (\text{b})$$

además, muestre que:

$$\frac{d}{dx} v(x) u(x) = v(x) \frac{du(x)}{dx} + u(x) \frac{dv(x)}{dx}$$

mediante la definición de derivada.

**P.02.** Encuentre los números en los que  $f$  dada por:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & x < 0 \\ e^x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & x > 1 \end{cases}$$

es discontinua. ¿En cuáles de estos números  $f$  es continua por la derecha, por la izquierda o por ninguna de las dos? Trace la gráfica de  $f$ .

**P.03.** Demuestre por derivación implícita que la recta tangente a la elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

en el punto  $(x_0, y_0)$  es

$$\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$$

**P.E.** (a) Si desplazamos la curva a la izquierda, ¿qué sucede con su reflexión sobre la recta  $y = x$ ? En vista de este principio geométrico, encuentre una expresión para la inversa de  $g(x) = f(x + c)$ , donde  $f$  es una función uno a uno. (b) Encuentre una expresión para la inversa de  $h(x) = f(cx)$ , donde  $c \neq 0$ .



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### TERCER EXÁMEN PARCIAL DE CÁLCULO



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Estudiante:

V1  
1BV1

Fecha: 06/01/25

N.L:

**Instrucciones:** Resuelva tres de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa (en el lugar correspondiente). No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas. De ser necesario solicite hojas adicionales. De dejar algún espacio en blanco, tachelo con pluma. **El uso de dispositivos electrónicos como audífonos, smartwatch o celulares está prohibido.**

**P.01.** Sea  $f(x)$  dado por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$$

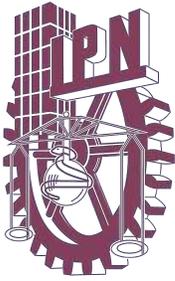
- Encuentre las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas (si las hay).
- Halle los intervalos donde crece o decrece.
- Busque los valores máximos y mínimos locales.
- Encuentre los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión.
- Utilice la información de los incisos  $a) - d)$  para esbozar la gráfica de  $f$ .

**P.02.** Muestre que:

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln \left( x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right) + C$$

**P.03.** Calcule el área encerrada por la región delimitada por:  $y = \cos(x)$ ,  $y = 2 - \cos(x)$ , para  $0 \leq x \leq 2\pi$

**P.04.** Encuentre el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región delimitada por las curvas:  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 0$ . Alrededor del eje  $x$ .



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### TERCER EXÁMEN PARCIAL DE CÁLCULO



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Estudiante:

V2  
1BV1

Fecha: 06/01/25

N.L:

**Instrucciones:** Resuelva tres de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa (en el lugar correspondiente). No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas. De ser necesario solicite hojas adicionales. De dejar algún espacio en blanco, tachelo con pluma. **El uso de dispositivos electrónicos como audífonos, smartwatch o celulares está prohibido.**

**P.01.** Sea  $f(x)$  dado por:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$$

- Encuentre las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas (si las hay).
- Halle los intervalos donde crece o decrece.
- Busque los valores máximos y mínimos locales.
- Encuentre los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión.
- Utilice la información de los incisos  $a) - d)$  para esbozar la gráfica de  $f$ .

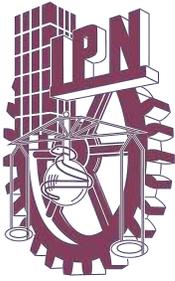
**P.02.** Haga una sustitución para expresar el integrando como una función racional y después evalúe la integrable de:

$$\int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{x} dx$$

**P.03.** Evalúe la siguiente integral:

$$\int_0^{\pi/2} |\operatorname{sen}(x) - \cos(2x)| dx$$

**P.04.** Encuentre el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región delimitada por las curvas:  $x = 2\sqrt{y}$ ,  $x = 0$ ,  $y = 9$ . Alrededor del eje  $y$ .



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### EXÁMEN EXTRAORDINARIO DE CÁLCULO



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Estudiante:

V1  
1BV1

Fecha: 17/01/25  
N.L:

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa (en el lugar correspondiente). No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas. De ser necesario solicite hojas adicionales. De dejar algún espacio en blanco, táchelo con pluma. **El uso de dispositivos electrónicos como audífonos, smartwatch o celulares está prohibido.**

**E.01.** Encuentre lo que se le pide:

(a) Encuentre la función inversa de  $y = x^2 - x$ , para  $x \geq 1/2$ .

(b) Simplifique la expresión:

$$\tan(\operatorname{sen}^{-1}(x))$$

(c) Encuentre el valor exacto de la siguiente expresión:

$$\operatorname{sen}\left(2\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)$$

**E.02.** Calcule los límites siguientes, si existen:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{2x+12}{|x+6|}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sqrt{1+2\sqrt{x}})}{3\sqrt{x}}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{|\operatorname{sen}(2x)| + |\tan(2x)|}{|1 + \cos(2x)|}$

**E.03.** Para la función:

$$\cos^2(x) - 2\operatorname{sen}(x)$$

con  $0 \leq x \leq 2\pi$ . Encuentre:

(a) los intervalos donde crece o decrece la función.

(b) Los valores máximos y mínimos locales.

(c) Los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión.