



Primer examen de Cálculo

Funciones y límites

Nombre: _____ Grupo: _____

Instrucciones: Resuelva 4 de los 6 problemas propuestos a continuación. Cada problema vale exactamente lo mismo. Desarrolle todos los pasos intermedios y explique lo que está realizando en cada uno de ellos.

1. Determine el conjunto solución que satisfacen las siguientes desigualdades

$$\text{a) } \left| \frac{x+10}{x-6} \right| - \left| \frac{x}{x+4} \right| < 0 \qquad \text{b) } -1 \leq \frac{x^2-6x+1}{x^2-9}.$$

2. (a) Calcular el siguiente límite algebraico

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5-x} - 1}{2 - \sqrt{x}}$$

- (b) Halle todos los valores de c para los que el límite existe. Luego, calcule el valor de dicho límite.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + cx^2 - \sqrt{1+x^2}}{x^4}$$

3. (a) Calcular el siguiente límite en el infinito

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + x \right)$$

- (b) Calcular el siguiente límite trigonométrico

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2t)}{\sin^2(3t)}$$

4. Hallar el valor de a y b que hace a f continua en todas partes

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-x-3}{x+1}, & \text{si } x < -1 \\ ax^2 + b, & \text{si } -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}, & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

5. Dibujar la gráfica de la función calculando el dominio, rango, intersecciones con los ejes, simetría y asíntotas.

$$f(x) = 4 \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)$$

6. Use la definición de derivada para encontrar un valor de k tal que la recta sea tangente a la gráfica de la función.

$$f(x) = x^2 - kx, \qquad y = 5x - 4.$$