

---

## Primer examen de Cálculo Aplicado

Prof. Carlos Juárez León

Depto. de Formación Básica de la Escuela Superior de Cómputo del IPN

---

Nombre del alumno:

Calificación:

---

Resolver de manera detallada cada uno de los siguientes problemas.

**Problema 1.** Resolver el siguiente límite<sup>1</sup>

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \tan \frac{\pi x}{4} \right)^{\tan \frac{\pi x}{2}}.$$

**Problema 2.** Resolver la integral

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

**Problema 3.** Sea la función

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$$

- Determinar su dominio.
- Trazar su gráfica.<sup>2</sup>
- Efectuar la integral

$$\int_0^6 f(x) dx$$

---

<sup>1</sup>Además de usar los teoremas para tratar *formas indeterminadas*, se sugiere también emplear las propiedades de los límites en donde sea conveniente.

<sup>2</sup>Para hacer el bosquejo de la función se deben determinar las asíntotas de la función.

---

## Tercer examen de Cálculo Aplicado

Prof. Carlos Juárez León

Depto. de Formación Básica de la Escuela Superior de Cómputo del IPN

---

Nombre del alumno:

Calificación:

---

Resolver de manera detallada cada uno de los siguientes problemas.

**Problema 1.** Para cada una de las siguientes series dé los argumentos necesarios para decidir si es convergente o divergente

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n} (n!)^4}{(4n)!}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{2^n}.$$

**Problema 3.** Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

- a) Determine su serie de Maclaurin.  
b) Utilizando el resultado del inciso a) calcular

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \quad ii) \int_{0.1}^{0.2} f(x) dx$$

## Tercer examen de Cálculo Aplicado

Prof. C. Juárez L.

Depto. de Formación Básica de la Escuela Superior de Cómputo del IPN

Resolver de manera detallada cada uno de los siguientes ejercicios.

1. Hallar el área de la región  $R$  determinada por las funciones  $y = 6 + x$ ,  $y = x^3$  y  $2y + x = 0$ .
2. Hallar el volumen de un toro engendrado por la revolución del círculo  $x^2 + (y - b)^2 = a^2$  (suponer que  $b \geq a$ ).
3. Hallar la longitud total de la hipocicloide  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

---

## Examen extraordinario de Cálculo Aplicado

Prof. Carlos Juárez León

Depto. de Formación Básica de la Escuela Superior de Cómputo del IPN

---

Nombre del alumno:

Calificación:

---

Resolver de manera detallada cada uno de los siguientes problemas.

**Problema 1.** Determinar el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}},$$

**Problema 2.** Determinar la siguiente integral

$$\int_1^5 \frac{x-2}{x^2-5x+4} dx,$$

**Problema 3.** Dar argumentos para decidir si la siguiente serie es convergente o divergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}(n!)^3}{(3n)!},$$

**Problema 4.** Para la siguiente función

$$f(x) = \arctan x.$$

Determine su serie de Maclaurin.



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### PRIMER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO APLICADO

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Nombre del alumno:

V1  
2CV3

Fecha : 17/11/23

N.L:

#### Instrucciones:

- Resuelva tres y solo tres de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa. No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas.
- Coloque su nombre en cada una de las hojas a entregar. Así mismo, enumere cada hoja de la forma  $i/n$ , donde  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $n$  es el número total de hojas a entregar. Además, de las hojas que entregue, de dejar espacios en blanco, tache los con pluma.

P.1. Evalúe las sumas siguientes:

$$(a) \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{n} + 2 \right)$$

$$(b) \sum_{k=1}^n \frac{c}{n}$$

$$(c) \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^2}$$

P.2. Mediante sumas de Riemann, demuestre que:

$$\int_0^b x^2 dx = \frac{b^3}{3}$$

P.3. Aplique las propiedades de las integrales para verificar las siguientes desigualdades sin evaluar la integral:

$$2 \leq \int_{-1}^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq 2\sqrt{2}$$

P.4. Realice lo que se le pide:

(a) Utilice el teorema fundamental del cálculo para encontrar la derivada de la función:

$$g(x) = \int_3^x e^{t^2-t} dt$$

(b) Evalúe la siguiente integral:

$$\int_{\pi/3}^{\pi} \sec(\theta) \tan(\theta) d\theta$$

P.5. Evalúe la siguiente integral:

$$\int_{-1}^1 |3^x - 2^x| dx$$

P.6. Calcule el volumen de:

- un cono truncado circular recto cuya altura es  $h$ , base inferior de radio  $R$ , y radio de la parte superior  $r$ .
- la región definida entre las curvas:  $y = x^4$ ,  $y = 0$ ; que gira al rededor del eje  $x = 2$ .



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO APLICADO

Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO  
Nombre del alumno:

V2  
2CV3

Fecha : 17/11/23  
N.L.:

## Instrucciones:

- Resuelva tres y solo tres de los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa. No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas.
- Coloque su nombre en cada una de las hojas a entregar. Así mismo, enumere cada hoja de la forma  $i/n$ , donde  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $n$  es el número total de hojas a entregar. Además, de las hojas que entregue, de dejar espacios en blanco, tache los con pluma.

**P.1.** Mediante manipulación algebraica, muestre cual de las siguientes formulas no es equivalente a las otras dos:

$$(a) \sum_{k=2}^4 \frac{(-1)^{k-1}}{k-1}$$

$$(b) \sum_{k=0}^2 \frac{(-1)^k}{k+1}$$

$$(c) \sum_{k=-1}^1 \frac{(-1)^k}{k+2}$$

**P.2.** Demuestre que:

$$\int_a^b x dx = \frac{b^2 - a^2}{2}$$

**P.3.** Aplique las propiedades de las integrales para verificar las siguientes desigualdades sin evaluar la integral:

$$\int_0^4 (x^2 - 4x + 4) dx \geq 0$$

**P.4.** Realice lo que se le pide:

(a) Utilice el teorema fundamental del cálculo para encontrar la derivada de la función:

$$F(x) = \int_x^{\pi} \sqrt{1 + \sec(t)} dt$$

(b) Evalúe la siguiente integral:

$$\int_0^{\pi} \sec^2(x) dx$$

**P.5.** Evalúe la siguiente integral:

$$\int_0^{\pi/2} |\sen(x) - \cos(2x)| dx$$

**P.6.** Calcule el volumen de:

- (a) un tetraedro con tres caras mutuamente perpendiculares y tres aristas recíprocamente perpendiculares con distancia 3, 4 y 5 cm.
- (b) la región delimitada por las curvas:  $y = x - x^2$ ,  $y = 0$ ; que gira al rededor del eje  $x = 2$ .



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO APLICADO

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Nombre del alumno:

V1  
2CV3

Fecha : 20/12/23

N.L:

#### Instrucciones:

- Resuelva los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa. No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas.
- Coloque su nombre en cada una de las hojas a entregar. Así mismo, enumere cada hoja de la forma  $i/n$ , donde  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $n$  es el número total de hojas a entregar. Además, de las hojas que entregue, de dejar espacios en blanco, tache los con pluma.

**P.1.** Un halcón que vuela a 15 m/s a una altura de 180 m deja caer su presa accidentalmente. La trayectoria parabólica de la presa en descenso se describe mediante la ecuación:

$$y = 180 - \frac{x^2}{45}$$

hasta que choca con el suelo, donde  $y$  es la altura sobre del suelo, y  $x$  es la distancia horizontal recorrida en metros. Calcule la distancia que recorre la presa desde el momento en que es dejada caer hasta que choca con el suelo.

**P.2.** Si un campo electrostático  $E$  actúa sobre un líquido o un dieléctrico polar gaseoso, el momento dipolar neto  $P$  por unidad de volumen es:

$$P(E) = \frac{e^E + e^{-E}}{e^E - e^{-E}} - \frac{1}{E}$$

Demuestre que  $\lim_{E \rightarrow 0^+} P(E) = 0$

**P.3.** Si  $f(t)$  es continua para  $t \geq 0$ , la transformada de Laplace de  $f$  es la función  $F$  definida por:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

y el dominio de  $F$  es el conjunto que consiste en todos los números  $s$  para los cuales la integral converge. Encuentre las transformadas de Laplace de las siguientes funciones:

(a)  $f(t) = 1$

(b)  $f(t) = e^t$

(c)  $f(t) = t$



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO APLICADO

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Nombre del alumno:

V2  
2CV3

Fecha : 20/12/23

N.L:

#### Instrucciones:

- Resuelva los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa. No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas.
- Coloque su nombre en cada una de las hojas a entregar. Así mismo, enumere cada hoja de la forma  $i/n$ , donde  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $n$  es el número total de hojas a entregar. Además, de las hojas que entregue, de dejar espacios en blanco, tache los con pluma.

**P.1.** Encuentre la función longitud de arco para la curva  $y = 2x^{3/2}$  con punto inicial  $P_0(1, 2)$ .

**P.2.** Evalúe el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ x - x^2 \ln \left( \frac{1+x}{x} \right) \right]$$

**P.3.** Encuentre el valor de la constante  $C$  para la cual la integral:

$$\int_0^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{C}{x+2} \right) dx$$

converge. Evalúe la integral para este valor de  $C$ .



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### TERCER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO APLICADO

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Nombre del alumno:

V1  
2CV3

Fecha : 12/01/24

N.L:

#### Instrucciones:

- Resuelva los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa. No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas.
- Coloque su nombre en cada una de las hojas a entregar. Así mismo, enumere cada hoja de la forma  $i/n$ , donde  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $n$  es el número total de hojas a entregar. Además, de las hojas que entregue, de dejar espacios en blanco, tache los con pluma.

**P.1.** Si se invierten 1000 dólares a 6% de interés compuesto anualmente, entonces  $n$  años después la inversión tiene un valor de  $a_n = 1000(1.06)^n$  dólares.

- Determine los primeros cinco términos de la sucesión  $\{a_n\}$ .
- ¿La sucesión es convergente o divergente?. Explique.

**P.2.** Determine si la serie es convergente o divergente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$$

Si es convergente, encuentre la suma:

**P.3.** Explique por qué no es posible utilizar la prueba de la integral para determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{1+n^2}$$

es convergente o divergente

**P.4.** La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+4}$$

converge o diverge?

**P.5.** Determine si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n$$

es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### TERCER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO APLICADO

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL



Profesor: LEVARIO MEDINA SERGIO

Nombre del alumno:

V2  
2CV3

Fecha : 12/01/24

N.L:

#### Instrucciones:

- Resuelva los siguientes ejercicios. En cada problema, detalle su razonamiento y desarrolle la solución de manera clara y precisa. No amontone sus procedimientos, ni encime cuentas.
- Coloque su nombre en cada una de las hojas a entregar. Así mismo, enumere cada hoja de la forma  $i/n$ , donde  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $n$  es el número total de hojas a entregar. Además, de las hojas que entregue, de dejar espacios en blanco, tache los con pluma.

**P.1.** Si se depositan 100 dólares al final de cada mes en una cuenta que paga 3% de interés al año capitalizado mensualmente, la cantidad de interés acumulado después de  $n$  meses está dada por la sucesión

$$I_n = 100 \left( \frac{1.0025^n - 1}{0.0025} - n \right)$$

- (a) Encuentre los primeros seis términos de la sucesión.  
(b) ¿Cuánto interés habrá obtenido después de dos años?

**P.2.** Calcule los valores de  $x$  para los cuales la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-5)^n x^n$$

converge. Determine la suma de la serie para dichos valores de  $x$ .

**P.3.** Determine los valores de  $p$  para los cuales la serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n (\ln(n))^p}$$

**P.4.** La serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{n} \right)$$

converge o diverge?

**P.5.** Determine si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi/3)}{n!}$$

es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ACADÉMICA DE CIENCIAS BÁSICAS

PRIMER EXAMEN PARCIAL  
CÁLCULO APLICADO

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Número de boleta: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

4 de noviembre de 2024

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma clara, si no se entiende su procedimiento no se tomará en cuenta. Si se presentan soluciones idénticas, los exámenes serán automáticamente anulados.

1. Calcular el área bajo la gráfica de la función  $f(x) = 2x^2 - x - 1$  en el intervalo  $[0,1]$ , usando sumas de Riemann.
2. Calcular el valor de la integral  $\int_{-1}^2 (x^2 + x - 2)dx$  usando la definición de integral como el límite de sumas de Riemann.
3. Usar el Teorema Fundamental del Cálculo para hallar la derivada de la función  $f(x)$  si  $f(x) = \int_0^x x^2 \sin(t^2) dt$
4. Determinar el valor aproximado de la integral  $\int_0^\pi \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$ , usando la Regla del Trapecio y la Regla de Simpson con  $n = 6$
5. Determinar el área de la región limitada por las curvas de las funciones  $y = x^2 + 2$ ,  $y = (x - 2)^2$ ,  $y = -x + 1$ , eje  $x$  y eje  $y$
6. Dada la región limitada por las rectas  $y = 1 - x$ ,  $y = x + 1$  y  $y = 2$ , determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto a) eje  $x$ , b) a la recta  $x = 1$  y c)  $y = 2$ .
7. Dada la región limitada por  $y = x$ ,  $y = 2x$  y  $x = 2$ , determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto: a) eje  $y$ , b) eje  $x$ , c) la recta  $x = 2$ .y b) la recta  $y = 4$ .
8. La base de un sólido es la región del plano  $xy$  acotada por la gráfica de  $y = 2\sqrt{\sin x}$  en  $[0, \pi]$  en  $x$ . Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlos con planos perpendiculares al eje  $x$  son triángulos equiláteros con bases desde el eje  $x$  hasta la curva.
9. Determinar la longitud de la curva definida por la función  $y = \ln(\sin x)$  para  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
10. Determinar el área de la superficie de revolución que se obtiene al girar la región limitada por las funciones  $x = 4\sqrt{y}$ , el eje  $y$  y las rectas  $y = 1$  y  $y = 9$ , alrededor del eje  $y$

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ACADÉMICA DE CIENCIAS BÁSICAS

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL  
CÁLCULO APLICADO

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Número de boleta: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

26 de noviembre del 2024

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma clara, si no se entiende su procedimiento no se tomará en cuenta. Si se presentan soluciones idénticas, los exámenes serán automáticamente anulados.

Calcular el valor del límite, si es que existe

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^{\cos x}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 3x - 5} - x$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\tan x - x}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x - x}{\sinh x - x}$
7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^{2x}$
8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}\right)^{3x}$

Determinar si la integral converge o diverge, si converge calcular su valor

9.  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx$
10.  $\int_{-\infty}^0 x^2 e^x dx$
11.  $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$
12.  $\int_{-1}^0 \frac{1}{x(x+1)} dx$
13.  $\int_{-\infty}^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$
14.  $\int_{-1}^{\infty} \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx$
15.  $\int_0^2 x^2 \ln x dx$
16.  $\int_0^2 x(\ln x)^2 dx$

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ACADÉMICA DE CIENCIAS BÁSICAS

TERCER EXAMEN PARCIAL  
CÁLCULO APLICADO

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Número de boleta: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

19 de diciembre del 2024

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma clara, si no se entiende su procedimiento no se tomará en cuenta. Si se presentan soluciones idénticas, los exámenes serán automáticamente anulados.

Determinar si la sucesión dada converge o diverge, si converge calcular el valor del límite.

1.  $a_n = (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+1}$

2.  $a_n = \sqrt[n]{n^2 + n}$

3.  $\{e^{-n} \cos n\}$

4.  $a_n = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-3)(2n-1)}{n^n}$

5. Hallar una expresión para la sucesión de sumas parciales de la serie  $\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n-1}} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$  y determinar si la serie converge o diverge, si converge calcula su suma.

6. Determinar si la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(-2)^n - 5^n}{8^n}$  converge o diverge y si converge calcula su suma.

7. Usar la serie geométrica para expresar el número 3.5714714714714... como un cociente de números enteros.

8. Usar el criterio del n-ésimo término para la divergencia para determinar si la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$  diverge, si el criterio no determina la divergencia de la serie, determina la convergencia usando series especiales.

Usar alguno de los criterios de convergencia para series de términos positivos para determinar si la serie converge o diverge.

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n}$

10.  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 2^{-n}$

11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^3}$

12. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos n}{n^3}$$

13. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(2^n)}{n!}$$

14. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(n-1)!}$$

15. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5n-2}{2n^2(n-1)}$$

16. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+5n}{4+3^n}$$

Determinar si la serie converge absolutamente, condicionalmente o si diverge.

17. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

18. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$$

Determinar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias

19. 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n(x-3)^n}{\sqrt{n+3}}$$

20. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(\ln n)^2}$$

21. Determinar la Serie de Taylor de la función  $f(x) = \cos x$  en  $a = -\frac{\pi}{4}$

22. Determinar la Serie de McLaurin de la función  $f(x) = e^{-x} + e^{-2x}$