



Primer Examen Ecuaciones Diferenciales

Nombre del Alumno(a) _____ Grupo _____

1.- Expresar el orden de la ecuación diferencial ordinaria. Determine si la ecuación es lineal o no lineal

1.- $(1 - x)y'' - 4xy' + 5y = \cos x$

2.- $\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} + u = \cos(r + u)$

3.- $(\sin \theta)y''' - (\cos \theta)y' = 2$

4.- $\ddot{x} - \left(1 - \frac{\dot{x}^2}{3}\right)\dot{x} + x = 0$

2.- Compruebe que la función indicada es una solución explícita de la ecuación diferencial, suponga un intervalo apropiado I de definición

$$y'' - 6y' + 13y = 0; \quad y = e^{3x} \cos 2x$$

3.- Resuelva la ecuación diferencial por medio de separación de variables

$$\sqrt{1 - y^2} dx - \sqrt{1 - x^2} dy = 0, \quad y(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

4.- Encuentre la solución general de la ecuación diferencial que se proporciona. Dé el intervalo más grande I en el que se define la solución general.

$$\cos^2 x \sin x \frac{dy}{dx} + (\cos^3 x)y = 1$$

5.- Determine si la ecuación diferencial que se proporciona es exacta. En caso afirmativo resuélvala

$$(2y \sin x \cos x - y + 2y^2 e^{xy^2}) dx = (x - \sin^2 x - 4xye^{xy^2}) dy$$

6.- Determine si la ecuación diferencial que se proporciona por medio de una sustitución adecuada

$$y dx + x(\ln x - \ln y - 1) dy = 0, \quad y(1) = e$$



Segundo examen ecuaciones diferenciales

Nombre Alumno(a): _____ Grupo _____

Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales utilizando el método apropiado

1.- En el siguiente problema función indicada $y_1(x)$ es una solución de la ecuación diferencial dada. Use la reducción de orden o la fórmula de la integral para encontrar una segunda solución $y_2(x)$.

$$x^2 y'' - xy' + 2y = 0; \quad y_1 = x \operatorname{sen}(\ln x)$$

2.- En el siguiente problema resuelva la ecuación diferencial dada usando coeficientes indeterminados

$$y'' - 2y' + 2y = e^{2x}(\cos x - 3 \operatorname{sen} x)$$

3.- En el siguiente problema resuelva cada ecuación diferencial por medio de variación de parámetros

$$4y'' - 4y' + y = e^{x/2} \sqrt{1 - x^2}$$

4.- En el siguiente problema resuelva la ecuación diferencial dada

$$3x^2 y'' + 6xy' + y = 0$$

5.-

a) Muestre que la solución del problema con valores iniciales

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = F_0 \cos \gamma t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

es
$$x(t) = \frac{F_0}{\omega^2 - \gamma^2} (\cos \gamma t - \cos \omega t).$$

b) Evalúe $\lim_{\gamma \rightarrow \omega} \frac{F_0}{\omega^2 - \gamma^2} (\cos \gamma t - \cos \omega t).$



Tercer examen ecuaciones diferenciales

Nombre Alumno(a): _____ Grupo _____

En los problemas 1 a 4, resuelva el problema con valores iniciales dado mediante el método de transformadas de Laplace.

1.- $y'' + 5y' - y = e^t - 1 ; \quad y(0) = 1 , \quad y'(0) = 1$

2.- $y'' - 7y' + 10y = 9 \cos t + 7 \sin t ;$
 $y(0) = 5 , \quad y'(0) = -4$

3.- $y'' + 4y = g(t) ; \quad y(0) = -1 , \quad y'(0) = 0 ,$

donde

$$g(t) = \begin{cases} t, & t < 2, \\ 5, & t > 2 \end{cases}$$

4.- $y'' - 6y' + 5y = te^t ; \quad y(0) = 2 , \quad y'(0) = -1$

5.-Demuestre que

$$\mathcal{L}\{t^2 y''(t)\}(s) = s^2 Y''(s) + 4s Y'(s) + 2Y(s) ,$$



NOMBRE: _____.

ECUACIONES DIFERENCIALES

EXAMEN I

(Solución de una Ecuación Diferencial, Ecuaciones Diferenciales Separables, Homogéneas y Exactas)

FECHA: _____.

CALIFICACIÓN: _____.

I) – Demuestra que la función dada es solución de la ecuación diferencial que se indica (20 puntos).

Función: $y = \text{sen}\sqrt{x}$; Ecuación Diferencial: $2\sqrt{x} \frac{dy}{dx} = \sqrt{1 - y^2}$

II) – Resuelve la siguiente ecuación diferencial por el método de separación de variables (20 puntos).

$$(e^y + 1)^2 e^{-y} dx + (e^x + 1)^3 e^{-x} dy = 0$$

III) – Utilizando el método de ecuaciones diferenciales homogéneas resuelve la siguiente ecuación diferencial (30 puntos).

$x y' = y + 2\sqrt{xy}$; sujeta a: $y(1) = 4$; Sol. Part.: $y = x \ln^2 x + 4x \ln x + 4x$

IV) – Demuestra que la ecuación diferencial dada es exacta y resuélvela (30 puntos).

$x \frac{dy}{dx} = 2xe^x - y + 6x^2$; Sol. Gral: $y = 2e^x - 2x^{-1}e^x + 2x^2 + cx^{-1}$

V) – Clasifica las siguientes ecuaciones diferenciales de acuerdo con su tipo, su orden, su grado e identifica si son lineales o no. (5 puntos extras).

ECUACIÓN DIFERENCIAL	TIPO	ORDEN	GRADO	LINEAL
$x^2 y''' + xy'' + y' = 0$				
$x^4 y''' - x^3 (y'')^2 + 3y = 0$				
$y' + 2xy = \frac{1}{y}$				
$(y^v)^3 - y''' + y'' - y^4 = 0$				
$\frac{\partial^3 v}{\partial t^3} = kv \left(\frac{\partial^2 m}{\partial n^2} \right)^2$				



NOMBRE: _____.

ECUACIONES DIFERENCIALES

EXAMEN II

(Ecuaciones diferenciales lineales, Ecuación de Bernoulli, Reducción de Orden y Ecuaciones diferenciales homogéneas de 2do. orden y de orden superior)

FECHA: _____.

CALIFICACIÓN: _____.

I) – Aplicando el procedimiento de las Ecuaciones Diferenciales Lineales o la Ecuación de Bernoulli (según corresponda), determina el valor de la función: " y ", para la ecuación diferencial que se te indica **(25 puntos)**.

Posibles resultados: $y = -4x^2 + 4x^3$; $y = 4x^2 - 4x^3$; $y = -2x^2 + 2x^3$; $y = 2x\sqrt{x-1}$; $y = 4x\sqrt{x-1}$

$$2xyy' - 4x^2 = 3y^2 \quad ; \quad \text{sujeta a: } y(2) = 4$$

II) – Partiendo de la solución dada y mediante el uso de la fórmula de reducción de orden, determina una segunda solución linealmente independiente y escribe la solución general de la siguiente ecuación diferencial **(25 puntos)**.

$$x^2y'' - xy' + 2y = 0 \quad ; \quad y_1 = x\text{sen}(\ln x)$$

III) – Resuelve la siguiente ecuación diferencial de tercer orden con condiciones iniciales y escribe la solución particular correspondiente **(50 puntos)**.

$$y''' - 7y'' + 31y' - 25y = 0 \quad ; \quad \text{sujeta a: } y(0) = 3 \quad ; \quad y'(0) = 1 \quad ; \quad y''(0) = 1$$



NOMBRE: _____.

ECUACIONES DIFERENCIALES

EXAMEN
(Unidad III)

Ecuaciones Diferenciales Lineales de Segundo Orden y de Orden Superior

FECHA: _____.

CALIFICACIÓN: _____.

I) – Utilizando el método de los coeficientes indeterminados, determina la solución particular de la siguiente ecuación diferencial de tercer orden no homogénea y de coeficientes constantes, sujeta a los valores iniciales indicados (**60 puntos**).

$$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = x^2 + 3x + 2 \quad \text{sujeta a: } y(0) = \frac{13}{16} ; y'(0) = \frac{1}{4} ; y''(0) = \frac{3}{4}$$

II) – Resuelve la siguiente ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes variables. Aplicar la Ecuación de Cauchy – Euler y el método de variación de parámetros (**40 puntos**).

$$x^2 y'' + xy' - 9y = x^{1/2} + x^{-1/2}$$



NOMBRE: _____.

ECUACIONES DIFERENCIALES

EXAMEN IV

Transformada de Laplace de una función $f(t)$

$$\mathcal{L}\{f(t)\}$$

FECHA: _____.

CALIFICACIÓN: _____.

I) – Mediante la definición demuestra la Transformada de Laplace de la siguiente función. (20 puntos)

$$f(t) = \left(3e^{-\frac{3}{2}t} - 2\right)^2 \Rightarrow F(s) = \frac{2s^2 - 9s + 36}{s(s+3)(2s+3)}$$

II) – Utilizando propiedades y/o teoremas, encuentra la Transformada de Laplace de las siguientes funciones (simplifica tus resultados). (40 y 40 puntos respectivamente)

$$\text{a) } f(t) = 2t^2 \operatorname{sen}(t) \operatorname{sen}(-2t) \quad ; \quad \text{b) } f(t) = \frac{e^{-2t} \cos(6t) - e^{-3t}}{t}$$

Ciudad de México, a 30 de octubre de 2024.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
PRIMER EXAMEN PARCIAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES
PROFESOR: JORGE J. SILVA MARTÍNEZ

NOMBRE: _____ **GRUPO:** _____

INSTRUCCIONES: Resolver todos los problemas. No se permite el uso de formularios. Guardar teléfonos celulares.

1. Resolver

$$\frac{dy}{dx} = \cos(x - y)$$

(2.5 puntos)

2. La pendiente de una familia de curvas en cualquier punto (x, y) está dada por

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

Halle la ecuación de la curva que pasa por el punto $(2, 1)$. (2.5 puntos)

3. Resuelva el problema anterior empleando otro método de solución. (2.5 puntos)

4. Una fuente de voltaje dada por $E(t) = 200e^{-5t}$, se conecta en serie con una resistencia $R = 20$ ohms y un capacitor $C = 0.01$ faradios. Si $q(0) = 0$, determine $q = q(t)$ e $i = i(t) \forall t \geq 0$. Calcule la carga q máxima.

(2.5 puntos)

Nota: Recuerde que la ecuación diferencial que modela a un circuito eléctrico en serie RC está dada por:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E(t)}{R}$$

Ciudad de México, a 27 de noviembre de 2024.



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL ECUACIONES DIFERENCIALES
PROFESOR: JORGE J. SILVA MARTÍNEZ

NOMBRE: _____ **GRUPO:** _____

INSTRUCCIONES: Resolver todos los problemas. No se permite el uso de formularios. Guardar celulares. Puede usar calculadora.

- 1 Usando *coeficientes indeterminados*, resolver

$$y'' + 2y' = 2x + 5 - e^{-2x}$$

Valor:3.33ptos.

- 2 Resolver

$$y'' + y = \sec x$$

Valor:3.33ptos.

- 3 Un capacitor de $C=1 \times 10^{-3}$ faradios está en serie con una fuente de 20 voltios y un inductor $L=0.4$ henrios. Si $q(0) = 0$ e $i(0) = 0$. Encuentre la carga y corriente máxima.

Valor:3.33ptos.

Recuerde que para un circuito CL en serie, tenemos que:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \left(\frac{1}{LC} \right) q = \frac{E(t)}{L}$$

Ciudad de México, a miércoles 08 de enero de 2025.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
TERCER EXAMEN PARCIAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES
PROFESOR: JORGE J. SILVA MARTÍNEZ

NOMBRE: _____ **GRUPO:** _____

INSTRUCCIONES: Resolver todos los problemas. Se permite usar formulario básico de Transformada de Laplace. Apagar celulares.

1. Use la Transformada de Laplace para resolver:

$$y' + y = f(t)$$

Donde:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ t, & t \geq 1 \end{cases}$$

Valor: 3.33 pts.

2. Use la transformada de Laplace para resolver:

$$y'' - 6y' + 9y = t^2 e^{3t}; \quad y(0) = 2; y'(0) = 6$$

Valor: 3.33 pts.

3. Use la transformada de Laplace para resolver:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = F_0 \cos \omega t; \quad x(0) = 0; x'(0) = 0$$

Nota: F_0 y ω son constantes.

Valor: 3.33 pts.

Un regalo:

"Las matemáticas son la manera que tenemos de elevar a la categoría de un arte nuestros esfuerzos cognoscitivos"



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Primer departamental de ecuaciones diferenciales

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 14 de octubre de 2024

Alumno: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES: ■ Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. ■ El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. ■ No se permite el uso de formulario ni calculadora. ■ Celulares **APAGADOS** o en su mochila; su portación es motivo de anulación del examen. ■ No puede salir al baño durante el examen.

I .- Determine la ecuación diferencial de la siguiente familia de curvas, la ecuación de donde proviene.

$$u = K_1 e^{3t} + K_2 e^{2t} - 3e^{5t}.$$

II .- Determine la solución particular a la siguiente ecuación diferencial.

$$2xydy = (x^2 + 3y^2)dx, \quad y(1) = 2.$$

III .- Obtenga la solución general de la siguiente ecuación planteada.

$$(1 - x^2y)dx + x^2(y - x)dy = 0.$$

IV .- La siguiente ecuación diferencial admite un cambio apropiado para volverse homogénea. Use este *hint* para resolverla.

$$(y - x^5)y' = 5yx^4.$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Primer departamental de ecuaciones diferenciales

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 18 de octubre de 2024

Alumno: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES: ■ Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. ■ El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. ■ No se permite el uso de formulario ni calculadora. ■ Celulares **APAGADOS** o en su mochila; su portación es motivo de anulación del examen. ■ No puede salir al baño durante el examen.

I .- Muestre que las siguientes funciones son solución de la misma ecuación diferencial.

$$C_1 y = \sinh x + \cosh x, \quad y = C_2 e^x.$$

II .- Determine la solución particular a la siguiente ecuación diferencial.

$$(z^2 + t^2)dz + (z^2 - zt)dt = 0, \quad t(2) = 1.$$

III .- Obtenga la solución general de la siguiente ecuación planteada.

$$\left(\frac{2y}{x} - 1\right)dy + \left(4 - \frac{y}{x}\right)dx = 0.$$

IV .- La siguiente ecuación diferencial admite un cambio de variable para separarla. Use este *hint* para resolverla.

$$2y \frac{dy}{dx} = (y^2 + x)^2 + 3.$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Segundo departamental de ecuaciones diferenciales

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 4 de diciembre de 2024

Alumno: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES: ■ Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. ■ El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. ■ No se permite el uso de formulario ni calculadora. ■ Celulares **APAGADOS** o en su mochila; su portación es motivo de anulación del examen. ■ No puede salir al baño durante el examen.

I .- Determine la solución de la siguiente ecuación diferencial propuesta.

$$(3x + 1)y + x \frac{dy}{dx} = e^{-3x}.$$

II .- Halle la solución particular a la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' + y' = 4x + 8, \quad y(0) = 8, \quad y'(0) = 2.$$

III .- Obtenga la segunda solución de la ecuación diferencial mostrada, a partir de la solución propuesta.

$$y'' - y' + ye^{2x} = 0, \quad y_1 = \sin(e^x).$$

IV .- Resuelva la siguiente ecuación diferencial homogénea mediante un cambio de variable apropiado.

$$(2x + 1)^2 y'' + 2(2x + 1)y' + 9y = 0$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Segundo departamental de ecuaciones diferenciales

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 5 de diciembre de 2024

Alumno: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES: ■ Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. ■ El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. ■ No se permite el uso de formulario ni calculadora. ■ Celulares **APAGADOS** o en su mochila; su portación es motivo de anulación del examen. ■ No puede salir al baño durante el examen.

I .- Determine la solución de la siguiente ecuación diferencial propuesta.

$$2\frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} + x^3 \cos y = 0.$$

II .- Halle la solución de la siguiente ecuación diferencial no lineal.

$$(y')^2 - x^2 = 0.$$

III .- Obtenga la solución general de la ecuación diferencial mostrada.

$$6y''' + 13y'' + y' - 2y = 0.$$

IV .- Resuelva la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' + 4y = \cos^2(2x).$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Tercer departamental de ecuaciones diferenciales

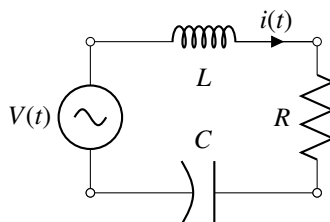
Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 14 de enero de 2025

Alumno: _____ Grupo: _____

INSTRUCCIONES: ■ Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. ■ El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. ■ No se permite el uso de formulario ni calculadora. ■ Celulares **en su mochila**; su portación es motivo de anulación del examen. ■ No puede salir al baño durante el examen.

I .- Usando la transformada de Laplace, resuelva el siguiente circuito,



Un capacitor de $C = 1/5f$ con $0.2C$ se conecta al circuito donde $R = 10\Omega$, $L = 0.5 h$ y $V(t) = 0 V$. Tomando $i(0) = 0 A$. Determine la corriente del capacitor para cualquier tiempo.

II .- Usando la función escalón, determine,

$$\mathcal{L}\{h(t)\},$$

cuando $h(t)$ se define como,

$$h(t) = \begin{cases} -2 & , \quad t < 3\pi, \\ 3 & , \quad 3\pi \leq t < 5\pi, \\ \sin t & , \quad t \geq 5\pi. \end{cases}$$

III .- Usando la transformada de Laplace, resuelva el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{cases} y' + z = t, \\ z' + 4y = 0, \end{cases}$$

donde $y(0) = 1$, $z(0) = -1$.

IV .- Use un teorema apropiado para resolver,

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2(s+4)}\right\}.$$