
	Primer Examen Parcial de Matemáticas Discretas-ISC 2024-2025-I		 <small>INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CDMX</small> <b>ESCOM</b>
Apellidos: _____ Nombre: _____	Grupo: 1CM__	Docente: Leonor Vázquez G	

**Instrucciones para el examen.** Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular.

### PARTE A: Lógica

- Realizar la tabla de verdad de  $(p \oplus (q \leftrightarrow r))$ , donde  $\oplus$  se define en la tabla de abajo (diga si es tautología, contingencia o contradicción). Finalmente, escribir  $\oplus$  en términos de  $\neg, \vee, \wedge$ .

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

$\oplus$  Es el “xor” o “or-exclusivo”

- Determinar un conjunto de valores de verdad para las variables, de modo que la siguiente proposición tome el valor falso:  $[(p \vee r) \wedge ((p \wedge r) \rightarrow (q \vee r)) \wedge (\neg r \vee q)] \rightarrow [p \rightarrow q]$ .
- Simplificar la siguiente proposición compuesta mediante equivalencias, brindando TODAS las razones de su simplificación (reglas del algebra de proposiciones):  $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$
- Verificar por contradicción que el siguiente argumento es válido (escriba en forma vertical y brinde la regla de inferencia que justifica cada paso):  $[j \rightarrow (k \rightarrow m)] \wedge [a \rightarrow b] \wedge [b \rightarrow p] \wedge [\neg a \rightarrow r] \wedge [s \rightarrow (\neg m \wedge k)] \wedge [(p \vee r) \rightarrow j] \wedge [(\neg d \vee \neg s) \rightarrow h]$  por lo tanto  $\neg q \vee h$ .
- Simbolice con cuantificadores [usando las letras resaltadas] y verifique la validez del argumento: “Cualquiera que es bueno en **L**ógica, es bueno **E**valuando argumentos válidos.” “Cualquiera que tiene **C**ompetencias matemáticas altas es bueno en lógica.” “Cualquiera que es bueno evaluando argumentos válidos admira a **B**ertrand Russell”. Entonces “nadie que no admira a Bertrand Russell tiene competencias matemáticas altas”.

### PARTE B: CONJUNTOS

- Se ha comprado un lote de banderas de tres tipos: unicolor, bicolor y tricolor. Los 3 posibles colores en ellas son el azul, blanco, café. Además, en ocho de ellas no figura el azul, en diez no figura el blanco y en cuatro no figura el café. Por otra parte, cinco banderas tienen los colores azul y blanco, siete el azul y café y seis el blanco y el café. Finalmente, cuatro tienen los tres colores. Responda las siguientes preguntas: (a) ¿cuántas banderas son total? (b) ¿cuántas banderas son unicolor? (c) ¿cuántas banderas tienen al menos dos colores?



Demuestre o refute (con un contraejemplo) los siguientes ejercicios:

- $A^c - B^c = (A - B)^c$
- Si  $A \times B \subset C \times D$  entonces  $A \subset C$  y  $B \subset D$
- Simplificar la expresión (coloque qué leyes ocupa en cada paso):  $(B \triangle (A \cap C)) \cup (A \cup (B \cap C))$

	Primer Examen Parcial de Matemáticas Discretas-ISC 2024-2025-I		
Apellidos: _____ Nombre: _____	Grupo: 1CM1 T1		

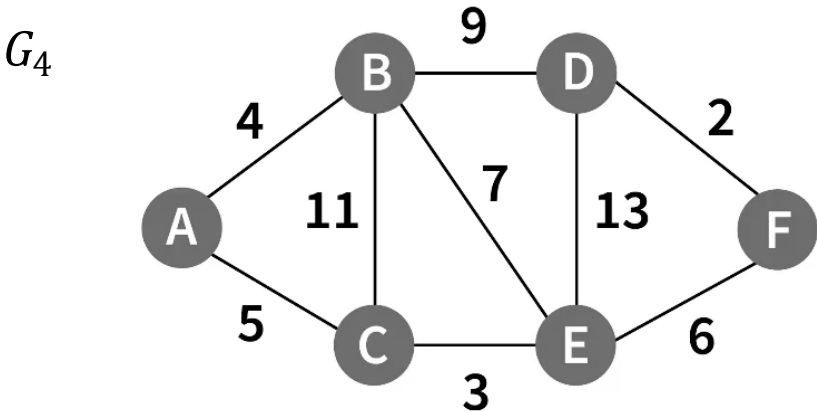
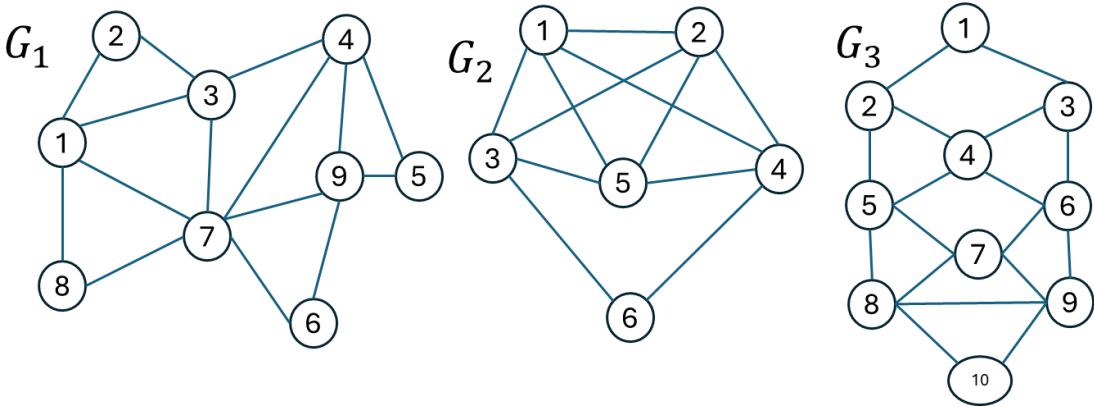
**Instrucciones para el examen.** Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando todos sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su celular.

1. Demostrar por inducción matemática lo siguiente:  $\forall n \geq 3; 2^n \geq 2n + 1$ .
2. [Resolver con Ecuaciones diofánticas] Un hombre compra para su tienda, cajas (pequeñas) de cereales y cajas con sopas instantáneas, pagando \$570 pesos en total. Una caja cereal le cuesta \$11 pesos y las cajas de sopas \$14 pesos. ¿Cuántas cajas de cereales y cuántas de sopas ha comprado, si el número de cajas de sopas fue el mínimo número posible?
3. (a) Use el criterio de la raíz para determinar si los números 319 y  $2^{2^3} - 5$  son primos. Si el número es compuesto, descomponga como producto de primos. (b) Realizar el siguiente cambio de base:  $(53217)_8 = (\dots)_7$ ;
4. Encontrar el residuo  $17^{59} \bmod 6$ . (a) usando exponenciación binaria rápida (mostrar las iteraciones). (b) Use el pequeño teorema de la función de Euler (si es posible).
5. ¿Cuál es el criterio para que dado  $n \in \mathbb{N}$ ,  $9|n$ ?
6. Encontrar todos los enteros  $x$  que satisfacen la ecuación:  $43x + 143 \equiv 2 + 6x \bmod 9$ .

	Tercer Examen Parcial de Matemáticas Discretas-ISC 2024-2025-I	
Apellidos: Nombre:	Grupo: 1CM1	
<b>Instrucciones para el examen.</b> Debe de resolver correctamente todos los ejercicios, justificando <u>todos</u> sus procedimientos; si usa alguna metodología distinta a la vista en clase, deberá mostrar la equivalencia matemática para que el ejercicio sea válido. Debe guardar y silenciar y guardar su <u>celular</u> .		

1. En el conjunto de todas las rectas en el plano,  $\mathcal{L}$ , la se define la relación  $L_1 \mathcal{R} L_2$  si y solo si  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas (que se verifica con la pendiente de la recta). ¿Es relación de equivalencia? Si lo es, cómo describiría sus clases de equivalencia?
2. Sea  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ , junto con la relación:  $\mathcal{R} = \{(x, x) \mid x \in A\} \cup \{(c, a), (d, a), (e, b), (g, d), (g, a), (h, f), (h, g), (h, c), (h, d), (h, e), (h, b), (h, a), (i, g), (i, d), (i, a)\} \cup \{(j, x) \mid x \in A\}$ . ¿Es  $\mathcal{R}$  una relación de orden parcial? ¿será un orden total?
3. Para la función Booleana dada en la tabla de la derecha: (a) encuentre las formas normales disyuntiva y conjuntiva, y (b) una forma simplificada de la función usando mapas de Karnaugh.
4. Para los grafos  $G_1, G_2, G_3$  de abajo: (a) explique si existe algún recorrido de Euler (si existe, dar un ejemplo). (b) Explique si existe algún circuito de Euler (si existe, dar un ejemplo). (c) explique si puede existir algún ciclo Hamiltoniano (si existe, dar un ejemplo).
5. (a) Sobre el grafo  $G_4$ , usar el algoritmo de Dijkstra para encontrar las distancias más cortas desde el nodo  $A$ . (b) Escriba las matrices de incidencia y adyacencia de este grafo.

$x, y, x, w$	$f(x, y, x, w)$
0000	1
0001	0
0010	1
0011	1
0100	0
0101	0
0110	0
0111	1
1000	1
1001	1
1010	1
1011	1
1100	1
1101	0
1110	0
1111	1



ESCOM - INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
PRIMERA EVALUACIÓN  
MATEMÁTICAS DISCRETAS  
7 de octubre de 2024  
Prof. Perla Rebeca Sánchez Vargas

Nombre: \_\_\_\_\_

- **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

1. (1pts) Realice la tabla de verdad para la siguiente expresión.

$$[(\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg r)] \rightarrow \neg p$$

2. (2pts.)

- a. Utilize la primer regla de sustitución para demostrar que la siguiente proposición es una tautología.

$$(t \leftrightarrow (r \wedge s)) \leftrightarrow (t \leftrightarrow (r \wedge s)) \wedge (\neg q \vee (t \leftrightarrow (r \wedge s)))$$

- b. Utilizando las leyes de la lógica y la segunda regla de sustitución simplifique la siguiente proposición.

$$[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$$

3. (2pts.)

- a. Muestre con un contraejemplo que el siguiente argumento no es válido

$$p \rightarrow (q \vee \neg r)$$

$$\neg p \vee r$$

$$p$$

$$\neg q \vee \neg s$$

---

$$\therefore s$$

- b. Demuestre por ambos métodos que el siguiente argumento es válido

$$r \rightarrow \neg q$$

$$r \vee s$$

$$s \rightarrow \neg q$$

$$p \rightarrow q$$

---

$$\therefore \neg p$$

4. (1pts.) Demuestre o refute las siguiente afirmación.

$$\exists x \forall y [x^2 > y + 2], \text{ dominio de discurso } D = \mathbb{R}$$

5. (1pts.) Pasar al lenguaje simbólico los siguientes enunciados.

- a. Todo lo que brilla es oro.
- b. Ningún objeto que brilla es oro.
- c. No se puede hacer una copia de seguridad del sistema de archivos si hay un usuario en ese momento conectado.

**ESCOM - INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SEGUNDA EVALUACIÓN**  
**MATEMÁTICAS DISCRETAS**  
**22 de noviembre de 2024**

Nombre: \_\_\_\_\_

- **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

- **No se permite el uso de celulares**

1. (1.5pts)

- a. Convierta el número  $567_{10}$  a binario.
- b. Convierta el número  $346_8$  de octal a decimal.
- c. Encuentre el máximo comun divisor de 2150 y 350 por los dos métodos vistos en clase.

2. (1.0pts) Usando las fórmulas vistas en clase determine el número de enteros positivos  $n$ ,  $1 \leq n \leq 3000$ , tales que:

- a. No sean divisibles entre 3, 5 y 7.
- b. Sean divisibles entre 3 y 5, pero no entre 7.

3. (1.0pts) Determine si la siguiente proposición es verdadera o falsa, justifique su respuesta.

$$\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$$

4. (1.0pts) Encuentre  $\mathcal{P}(\{a, b, \{a, b\}\})$

5. (1.5pts) Demuestre o refute las siguientes afirmaciones

- a.  $A \setminus B = A \triangle (A \cap B)$
- b.  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- c.  $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$

6. (1.0pts) Por medio del método de inducción demuestre que 6 divide a  $n^3 - n$ ,  $\forall n \geq 1$ .

**ESCOM - INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**TERCERA EVALUACIÓN**  
**MATEMÁTICAS DISCRETAS**  
**10 de enero de 2025**

Nombre: \_\_\_\_\_

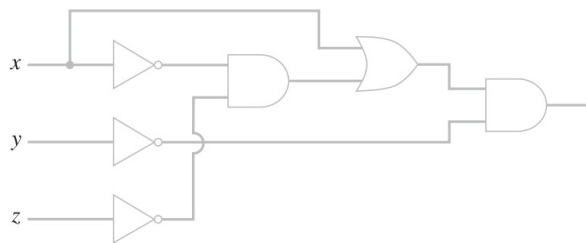
- **RESUELVA DE MANERA CLARA Y DETALLADA SIN OMITIR PROCEDIMIENTO LOS SIGUIENTES PROBLEMAS.**

- **NO SE PERMITE EL USO DE CELULAR.**

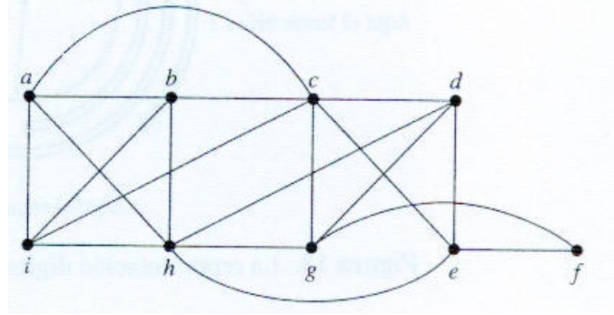
1. (1.5pts) Sea  $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ , y sea  $R$  una relación sobre  $X$ , para  $x, y \in X$ ,  $xRy$  si y solo si  $xy \geq 0$ .
  - a. Liste los elementos de  $R$ .
  - b. Determine si la relación es reflexiva, simétrica, antisimétrica y / o transitiva, si no cumple con la propiedad use un contraejemplo para justificarlo.
2. (1.5pts) Sea  $R$  una relación sobre el conjunto de los enteros  $\mathbb{Z}$ , donde  $aRb$  si y solo si  $a = b$  o  $a = -b$ . Demuestre que  $R$  es una relación de equivalencia.
3. (1.5pts) Encuentre una representación mediante una suma minimal de productos para

$$f(u, w, x, y, z) = \sum m(1, 2, 3, 4, 10, 17, 18, 19, 22, 23, 27, 28, 30, 31).$$

4. (1.5pts) Dado el circuito combinatorio, determine su expresión booleana asociada  $f(w, x, y, z) = X(w, x, y, z)$ , luego utilizando las propiedades de un álgebra booleana determine la f.n.d. o f.n.c de  $f$ , luego a partir de la que obtuvo de forma algebraica determine la otra. (Escriba ambas en su forma extensa y como suma de mintérminos y como un producto de maxtérminos, es decir por medio de las etiquetas).



5. (1.0pts) Dada la siguiente gráfica determine si es euleriana, justifique; si lo es encuentre un circuito euleriano.



### Primer Examen Parcial del curso Matemáticas Discretas. Prof. Darwin Gutiérrez Mejía

Instrucciones: Resuelva correctamente los siguientes ejercicios justificando todos sus procedimientos, ponga su nombre y grupo en cada hoja que entregue (Cada ejercicio vale 10/8 puntos).

Nombre:

1. Demuestre por axiomas que si  $A, B \subset U$  entonces  $(A - B)^c = B \cup A^c$ .

2. Considere los siguientes subconjuntos de  $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x \leq 10\}$ :

a)  $A = \text{Pares}$

b)  $B = \text{Impares}$

c)  $C = \{x \in U \mid x^3 > 50\}$

d)  $D = \{x \in U \mid \frac{1}{x} > \frac{1}{4}\}$

Calcular y determinar la cardinalidad de cada uno de estos subconjuntos:

a)  $(A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (A \cup D) =$

b)  $(A \cup B \cup C \cup D)^c =$

c)  $[(A \oplus C) \cup (B \oplus D)] - (C \cup D) =$

3. Se encuesta a 180 familias consultando por el nivel educacional actual de sus hijos. Los resultados obtenidos son: **a)** 10 familias tienen hijos en Enseñanza Básica, Enseñanza Media y Universitaria. **b)** 16 familias tienen hijos en Enseñanza Básica y Universitaria. **c)** 30 familias tienen hijos en Enseñanza Media y Enseñanza Básica. **d)** 22 familias tienen hijos en Enseñanza Media y Universitaria. **e)** 72 familias tienen hijos en Enseñanza Media. **f)** 71 familias tienen hijos en Enseñanza Básica. **g)** 38 familias tienen hijos en Enseñanza Universitaria. Con la información anterior, deducir: ¿El número de familias que solo tienen hijos universitarios? ¿El número de familias que tienen hijos solo en dos niveles? ¿El número de familias que tienen hijos que no estudian? ¿Cuál es la probabilidad de que una familia solo tenga hijos estudiando Enseñanza media?

4. Realizar la tabla de verdad de la siguiente proposición compuesta con  $p, q, r$  proposiciones.

a)  $(p \top (q \vee r)) \leftrightarrow (r \top q)$

donde

$p$	$q$	$p \top q$
$V$	$V$	$V$
$V$	$F$	$V$
$F$	$V$	$F$
$F$	$F$	$F$

Además escribir la proposición  $p \top q$  en términos de  $\neg, \vee, \wedge$

5. Simplificar mediante equivalencias las proposiciones siguientes brindando las razones de su simplificación:

a)  $\neg[\neg[(p \vee q) \wedge r] \wedge \neg(q \vee r)]$

b)  $(p \rightarrow q) \wedge [\neg q \wedge (r \vee \neg q)] \wedge (\neg q \rightarrow \neg p)$

6. Verificar que los siguientes son argumentos válidos (hacer al menos uno por contradicción).

a)  $[(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \wedge [d \rightarrow (b \wedge \neg c)]] \Rightarrow \neg(a \wedge d)$

b)  $[(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge [p \vee s] \wedge [t \rightarrow q] \wedge [\neg s]] \Rightarrow \neg r \rightarrow \neg t$

7. Dado el siguiente conjunto de premisas Si no voy al concierto entonces me podré comprar ropa. Si no me compro ropa entonces podré ir a la fiesta en Cuernavaca. **Sólo puedo hacer una cosa.** ¿Que voy a hacer?

a) Iré al concierto.

b) Iré a la fiesta en Cuernavaca.

c) Compraré ropa.

d) Comprare ropa y podré ir donde quiera.

e) Ninguna de la anteriores.

8. Simbolizar con cuantificadores y negar en lenguaje natural las siguientes proposiciones:

a) Todos los que van al cine tienen dinero y alguien que los acompañe o les gusta mucho el olor a palomitas.

b) Hay seres vivos en otros planetas si hay microorganismos que transformen  $CO_2$  en Oxígeno en esos planetas.



## Segundo Examen Parcial del curso de Matemáticas discretas I.A.

Instrucciones: Resuelva correctamente los siguientes ejercicios justificando todos sus procedimientos. Cada ejercicio correcto es un punto directo a su calificación.

**Nombre:**

1. Usando los axiomas de orden, demostrar que si  $\forall a, b \in \mathbb{Z}$  con  $a \geq b$  entonces:  $a^3 - 4 \geq b^3 - 6$  y  $a^5 \geq b^5$
2. Si  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ , con  $c \mid a$ ,  $c \mid b$ ,  $c \mid d$ , entonces  $\forall x \in \mathbb{Z}$ ,  $c \mid (-c^{25} + ax^2 + bx + dx)$ .
3. Cual de los siguientes números son números primos.  
(a)  $31^3$  (b)  $71^2 - 53^2$  (c) 98921523
4. Realizar los siguientes cambios de base:  
a)  $(34520777)_8 = (\dots)_7$  b)  $(142344211)_5 = (\dots)_6$  c)  $(1111011110101010)_2 = (\dots)_{16}$
5. Realice las siguientes operaciones en el sistema binario:  
 $(101010)^2 \div (1011) =$   $[(101011111) \bmod (1010)]^2 - (111) =$
6. Cual es el criterio para que  $8 \mid (a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$  y aplíquelo para ver si es verdadero que  $8 \mid 661397381784$
7. Demostrar por inducción que:  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ .  
Y calcular la suma  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 101^2$ .
8. Un aeropuerto compra dos tipos de combustibles uno ecológico y uno normal, el ecologico cuesta 130 pesos por litro y el estandar 110 pesos. Se tiene un presupuesto de 75,000 pesos al día para la compra de estos combustibles, ¿Cuántas combinaciones posibles existen? ¿Cuales son las combinaciones mas caras y la mas baratas?
9. A una palabra de 5 letras se le aplicó un cifrado multiplicación ( $\times 5$ ) y posteriormente un cifrado Cesar (+16) dando como resultado la cadena de caracteres **vcypc**. Encontrar la palabra original.
10. Si las claves públicas para cifrar en un sistema RSA son  $(n, e) = (899, 11)$  Y un mensaje cifrado es el  $m_c = 575$  encontrar el mensaje original.

### Tercer Examen Parcial del curso de Matemáticas Discretas. Profesor Darwin G.

Instrucciones: Resuelva correctamente los siguientes ejercicios justificando todos sus procedimientos cada ejercicio tiene un valor de 2 puntos.

**Nombre:**

- Sean  $A = \{Vocales\}$  y  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x \leq 4\}$ .
  - Encuentre una relación entre estos conjuntos con exactamente 8 elementos.
  - Si definimos la relación  $R_1 \subset A \times B$  como  $xR_1y \iff x$  es una letra del nombre del numero  $y$  ¿Cuántos elementos tiene esta relación?
  - Sea  $R_2 = A \times B - \{(a, 4), (e, 3), (i, 2), (o, 1), (u, 0)\}$ . Cuántos elementos tiene esta relación? Además realice un digrama para determinar si es función o no.
- Considere la relación binaria  $R$  definida  $R \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  dada por  $xRy \iff x \cong y \pmod{5}$  demuestre que  $R$  es una relación de equivalencia es decir simétrica, reflexiva y transitiva.
- Haga el grafo asociado a la relación  $R \subset \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$  dada por  $[x]_7R[y]_7 \iff [mcd(x, y)]_7 = [1]_7$ . Es una relación antisimétrica, simétrica, reflexiva y transitiva?
- Considere la función booleana  $f(x, y, z, w) = Esprimo[(xyzw)_2]$ , donde  $((xyzwt)_2)$  representa un número escrito en base 2) Encuentre su forma normal disyuntiva, encuentre su expresión mínima y representela por un circuito lógico.
- Una tienda departamental quiere dar a sus clientes un regalo por fin de año considerando cuatro aspectos: compras por internet, compras por un monto mínimo, membresía y visitas a la tienda. El gerente determina que para poder dar regalo el cliente debe tener estrictamente mas de 2-rubros a consideración y si tiene compras por monto mínimo también, en el caso que tenga los 4 se le dará otro descuento y no el regalo. Encuentre el circuito lógico mas pequeño que le permita a los usuarios de la tienda saber si recibirán el regalo.
- ¿Cuántas matrices de adyacencia distintas puede haber de un grafo de  $n$ -vertices fijos? Encuentre al menos 3 matrices de adyacencia distintas para el grafo completo de 5 – vertices.
- El grado de un vertice en un grafo  $g(v)$  es el número de aristas que inciden en él. Demuestre que en un grafo  $G$  con  $n$  – vertices la suma de todos los grados de sus vertices no supera al número  $n(n - 1)$ . Es decir

$$g(v_1) + g(v_2) + \cdots g(v_n) \leq n(n - 1)$$

.



Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Cómputo  
Primer examen de matemáticas discretas



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Lea cuidadosamente cada ejercicio y resuelva correctamente, justificando todas sus respuestas. Cada ejercicio bien resuelto vale 2 puntos.

1. En un juicio, el abogado de la defensa argumenta lo siguiente:

Si mi cliente es culpable, entonces el cuchillo estaba en el cajón. El cuchillo no estaba en el cajón o Juan Pérez vio el cuchillo. Si el cuchillo no estaba allí el 10 de octubre, se deduce que Juan Pérez no vio el cuchillo. Además, si el cuchillo estaba allí el 10 de octubre, entonces el cuchillo estaba en el cajón y también el martillo estaba en el granero. Pero todos sabemos que el martillo no estaba en el granero. Por lo tanto, damas y caballeros del jurado, mi cliente es inocente.

Use lógica proposicional para demostrar que este es un argumento válido.

2. ¿Cuál es el valor de verdad de los siguientes enunciados? Considere como dominio el conjunto de números enteros.

a)  $\forall x, \exists y, (x + y = x)$

b)  $\forall x, \exists y, (x + y = 0)$

c)  $\forall x, \forall y, (x < y \vee y < x)$

d)  $\exists x, \exists y, (x^2 = y)$

3. Traduzca el siguiente argumento en forma simbólica, después use reglas de inferencia para demostrar que es un argumento válido:

Cada estudiante de informática trabaja más duro que alguien más. Todos los que trabajan más duro que cualquier otra persona duermen menos que esa persona. María es estudiante de informática. Por tanto, María duerme menos que alguien más.

4. Use equivalencias lógicas para demostrar que  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$  es una tautología.
5. Demuestre por contradicción el siguiente enunciado: Si  $n$  es un entero y  $n^3 + 5$  es impar, entonces  $n$  es par.



Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Cómputo  
Segundo examen de matemáticas discretas



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Lea cuidadosamente cada ejercicio y resuelva correctamente, justificando todas sus respuestas.

1. (2 puntos) Use inducción matemática para demostrar que el siguiente enunciado es verdadero para todo entero positivo  $n$

$$2^2 + 4^2 + \dots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$$

2. (1 punto) Sean

$$A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\} \quad B = \{a\} \quad C = \{\emptyset, \{a, \{a\}\}\}$$

¿cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos? los que son falsos ¿por qué lo son?

- a)  $B \in A$
- b)  $\emptyset \subseteq C$
- c)  $\{a, \{a\}\} \in A$
- d)  $B \subseteq C$

3. (1 punto) Considere los siguientes subconjuntos de  $\mathbb{Z}$  :

$$A = \{x \mid \exists y \in \mathbb{Z} \text{ y } y \geq 4 \text{ y } x = 3y\}, \quad B = \{x \mid \exists y \in \mathbb{Z} \text{ y } x = 2y\}, \quad C = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ y } |x| \leq 10\}$$

Usando operaciones de conjuntos, describa cada uno de los siguientes conjuntos en términos de  $A, B$  y  $C$ .

- a)  $\{-10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
- b)  $\{x \mid \exists y \in \mathbb{Z} \text{ y } y \geq 2 \text{ y } x = 6y\}$

4. (2 puntos) Simplifique la siguiente expresión usando identidades de conjuntos

$$(\overline{A \cup B}) \cap (\overline{A \cup C}) \cap (\overline{B \cup C})$$

5. (2 puntos) Demuestre que si  $a$  es un entero que no es divisible por 3, entonces  $(a+1)(a+2)$  es divisible por 3.
6. (2 puntos) Resuelva la siguiente congruencia lineal

$$89x \equiv 2 \pmod{232}$$



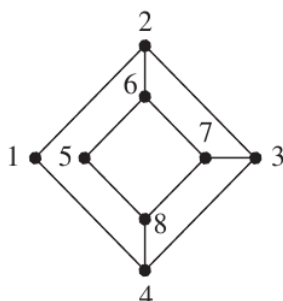
Instituto Politécnico Nacional  
Escuela Superior de Cómputo  
Tercer examen de matemáticas discretas



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.** Lea cuidadosamente cada ejercicio y resuelva correctamente, justificando todas tus respuestas.

- Sea  $S = \{1, 2, 3\}$ . Determine si cada una de las siguientes relaciones en  $S$  es reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva.
  - $R_1 = \{(1, 3), (3, 3), (3, 1), (2, 2), (2, 3), (1, 1), (1, 2)\}$
  - $R_2 = \{(1, 1), (3, 3), (2, 2)\}$
  - $R_3 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 1), (1, 3)\}$
  - $R_4 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$
- Si  $A = \mathbb{Z}$ , defina la relación  $R$  en  $A$  por  $(x, y) \in R$  si y solo si  $x - y$  es múltiplo de 3.
  - Demuestre que  $R$  es una relación de equivalencia en  $A$ .
  - Determine las clases de equivalencia y la partición de  $A$  inducida por  $R$ .
- Determine si las siguientes relaciones en el conjunto  $\{0, 1, 2, 3\}$  son ordenes parciales:
  - $(0, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 3)$
  - $(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 3)$
  - $(0, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 3)$
  - $(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 2), (3, 3)$
- Para la siguiente gráfica:
  - determine el grado de todos los vértices.
  - determine su matriz de adyacencia.
  - determine si tiene un circuito euleriano, en caso afirmativo liste los vértices.
  - determine si tiene un circuito hamiltoniano, en caso afirmativo liste los vértices.



- Considere la función booleana  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_3x_4 + \overline{x_2} + \overline{(x_1x_3)} + \overline{(x_1 + \overline{x_2})} + \overline{x_3x_4}$ 
  - Utilice un mapa de Karnaugh para encontrar el desarrollo mínimo como suma de productos de la función  $f$ .
  - Dibuje el circuito de la función simplificada utilizando compuertas NOT, AND y OR.

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
PRIMER EXAMEN DE LA UA DE MATEMÁTICAS DISCRETAS

Instrucciones: Lea cuidadosamente cada problema antes de proceder a resolverlo, justifique todas sus respuestas de manera clara y ordenada. Resolver todos los problemas.

1. Establezca el valor de verdad de las siguientes afirmaciones utilizando definiciones, diagramas de Venn o leyes del álgebra de conjuntos:
  - a)  $A \subset B \leftrightarrow A \subseteq B \text{ o } A \neq B$ .  
Considere  $B = \{3, 4, a, \{1, 2\}\} = \{3, 4, a, A\}$ ,
  - b)  $|B| = 5$
  - c)  $\{A\} \in B$
  - d)  $B \supseteq \{A\}$
  - e)  $(4, 3) \in A \times B$
  - f)  $\{\{\}\} \subseteq \{\}$
  - g)  $\{1\} \in P(A)$
  - h)  $\emptyset \Delta B \neq B$
  - i)  $\{a, \{1, 1, 2\}\} = \{a, \{1, 2, 2\}\}$
  - j)  $\bar{A} \Delta \bar{B} \neq A \Delta B$
2. Sea  $P$  el conjunto de enteros mayores que 1. Para  $i \geq 2$ , defina  $X_i = \{i * k \mid k \geq 2, k \in P\}$ . Primero describa los conjuntos  $X_i$  para dar una generalización de los siguientes conjuntos:
  - i)  $P = \bigcup_{i=1}^{\infty} X_i$
  - ii)  $\bigcap_{i=1}^5 X_i$
  - iii)  $(X_2 \times X_3)$ .
3. En un grupo de estudiantes, cada uno toma un curso de matemáticas o computación o ambos. Un quinto de los que toman matemáticas también toman computación y un octavo de los que toman computación también están en el curso de matemáticas. ¿Está más de un tercio de los estudiantes tomando el curso de matemáticas?
4. Demuestre si se cumple la igualdad en caso contrario dar un contraejemplo:
$$X \times (Y \cup Z) = (X \times Y) \cup (X \times Z), \quad \forall X, Y, Z \subseteq U.$$
5. Demuestre que
$$11^n - 6 \text{ es divisible entre } 5, \quad \forall n \geq 1.$$



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA**  
**ACADEMÍA DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**2DO EXAMEN DE MATEMÁTICAS DISCRETAS**



Instrucciones: Lea cuidadosamente el examen antes de proceder a resolverlo, justifique todas sus respuestas de manera clara y ordenada. Escribir su nombre completo en todas las hojas en la parte superior izquierda, enumerar todas las hojas.

(2.0 punto)

1. Determine si es posible la validez del argumento haciendo uso de tablas lógicas.

$$s \rightarrow (p \wedge \neg r)$$

$$p \rightarrow (r \vee q)$$

$$s$$

$$\therefore q$$

(2.0 punto)

2. Demuestre que el argumento es válido por el método directo con leyes de inferencia:  
Si estudio y trabajo, tengo poco tiempo para socializar. Estudio o práctico tenis. Si pinto, entonces trabajo. No práctico tenis. Por lo tanto, Si no tengo poco tiempo para socializar, no pinto.

(2.0 punto)

3. Considere la siguiente proposición compuesta y a partir de ésta exprese la utilizando únicamente la conectiva NAND definida como:  $p \uparrow q \equiv \neg(p \wedge q)$ ,

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee r)$$

(2.0 punto)

4. Demuestre que la afirmación es falsa:  $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x^2+1} < 0$ .

(2.0 punto)

5. Simplifique a su mínima expresión la proposición compuesta,

$$((p \vee q) \rightarrow \neg r) \wedge (\neg p) \wedge (\neg q \vee r) \rightarrow r.$$

Nombre(s): \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_.

Instrucciones: Lea cuidadosamente el examen antes de proceder a resolverlo, justifique todas sus respuestas de manera clara y ordenada. Escribir su nombre completo en la parte superior izquierda.

1. Dada la función  $f(x, y, z)$  exprese la sólo en compuertas NAND definida como:  $a \uparrow b = \overline{a \wedge b}$  realizando álgebra booleana,

$$X(x, y, z) = (\bar{x} \vee (y \wedge \bar{z})) \wedge x.$$

2. A partir de la tabla determinar la función en su forma normal disyuntiva, el mapa de Karnaugh, su síntesis y el circuito combinatorio que representa la función booleana reducida:

w	x	y	z	f(w, x, y, z)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

3. Convertir los números a la base que se indica anotando todo el procedimiento:
  - a) de base 10 a base 2: 1933.
  - b) de base 16 a base 8: F2C1.
  - c) de base 16 a base 10: FBAE.
  - d) de base 2 a base 8: 10110011111011.

4. Realizar las operaciones en la base hexadecimal:

a)

b)

c)

		F	A	F	F
		2	0	C	F
+		1	F	3	E
		F	D	8	B

	F	1	B	5
—	D	F	2	A

	F	1	B	5
×			F	A

5. Determinar el máximo común divisor del par de números  $m, c, d(7!, 8!)$  utilizando el algoritmo de Euclides.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
CUARTO EXAMEN MATEMÁTICAS DISCRETAS

Instrucciones: Lea cuidadosamente el examen antes de proceder a resolverlo, justifique todas sus respuestas de manera clara y ordenada. Escribir su nombre completo en la parte superior y numerar todas las hojas.

Parte 1.

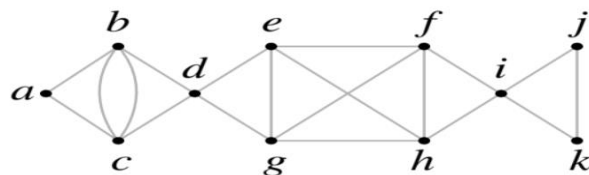
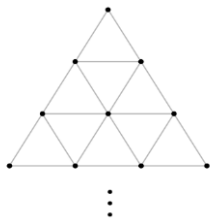
1. Sea la relación  $R$  en el conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  definida por la regla  $(x, y) \in R$  si  $x = y - 1$ ,
  - a. Liste los elementos de  $R$  y de  $R^{-1}$ .
  - b. Encuentre el dominio y el rango de  $R$  y de  $R^{-1}$ .
2. Sea  $X$  un conjunto no vacío. Defina la relación en  $P(X)$ , el conjunto potencia de  $X$ , como  $(A, B) \in R$  si  $A \subseteq B$ . ¿Es ésta una relación reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva y/o de un orden parcial?
3. Sea  $X = \{1, 2, 3\}$  y  $Y = \{3\}$  subconjuntos no vacíos. Defina la relación en  $P(X)$ , el conjunto potencia de  $X$ , como  $(A, B) \in R$  si  $A \cup Y = B \cup Y$ . ¿Es ésta una relación reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o una relación de equivalencia?
4. Sea  $R$  es una relación definida sobre el conjunto  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  tales que  $xRy$  si  $3|x - y$ . Determine si  $R$  es una relación de equivalencia, si es así, dar las clases de equivalencia y una partición del conjunto  $X$ .


Parte 2.

5. En la gráfica de la figura 1 se continúa hasta una profundidad finita, arbitraria. ¿Contiene la gráfica un ciclo de Euler? Si la respuesta es afirmativa defina uno.
6. Una gráfica completa  $K_n$ , ¿cuándo contiene un ciclo de Euler?
7. Una gráfica bipartita y completa  $K_{m,n}$ , ¿cuándo contiene un ciclo de Euler?
8. Determine si la gráfica de la figura 2 tiene un ciclo de Euler y de Hamilton de  $a \rightarrow a$ , si es así, obténgalos como una sucesión de vértices.

Figura 2.

Figura 1.



	Instituto Politécnico Nacional Escuela Superior de Cómputo Depto. de Formación Básica Academia de Ciencias Básicas	Matemáticas Discretas Periodo: 2025-1 Profesora: Martha Patricia Jiménez V. <b>Primera evaluación</b>
---	---	--

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grupo 1BM2**

**Instrucciones:** Resolver de forma clara y ordenada los problemas. Justificar ampliamente sus respuestas

**Problema 1 (10 puntos)**

Determinar, mediante el álgebra de proposiciones, si la expresión es tautología, contradicción o contingencia. Indicar explícitamente la ley que usa.

$$To \oplus ((p \downarrow q) \rightarrow \neg p)$$

**Problema 2 (5 puntos)**

Sean  $a$ : Deposito mi dinero en una cuenta de ahorros.  $b$ : Invierto mi dinero en acciones

Identificar la o las proposiciones equivalentes a la proposición “Es necesario depositar mi dinero en una cuenta de ahorro para no invertirlo en acciones”. Justificar su respuesta

- a)  $a \rightarrow \neg b$
- b)  $\neg(a \wedge \neg b)$
- c)  $(\neg a \vee \neg b)$
- d)  $\neg(a \vee b)$
- e)  $\neg(\neg a \wedge \neg b)$

**Problema 3 (5 puntos)**

Formalizar el enunciado “Todos los alumnos del grupo 1BM2 están inscritos exactamente a un Club de ESCOM”. El universo son los alumnos de ESCOM.

**Problema 4 (10 puntos)**


Determinar la validez del argumento mediante leyes de inferencia. Indicar la ley o la equivalencia que utiliza en cada paso. Escribir el argumento en lenguaje natural estableciendo proposiciones de un tema de tu interés.

$$P1: \neg p \vee \neg q$$

$$P2: \neg r \rightarrow s$$

$$P3: \neg q \rightarrow \neg s$$

$$C: r \vee \neg p$$

	Instituto Politécnico Nacional Escuela Superior de Cómputo Depto. de Formación Básica Academia de Ciencias Básicas	Matemáticas Discretas Periodo: 2025-1 Profesora: Martha Patricia Jiménez V. <b>Segunda evaluación</b>
---	---	--

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo 1BM2

**Instrucciones:** No escribir sobre esta hoja. Resolver de forma clara y ordenada los problemas. Justificar ampliamente sus respuestas

### Problema 1

Obtener la fórmula para determinar la suma de (5 puntos)

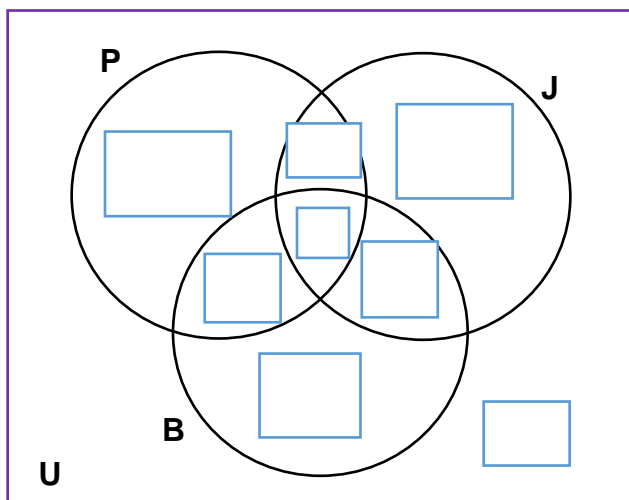
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots + \frac{1}{2^n}$$

examinando los valores de esta expresión para valores pequeños de n (1,2,3,4 y 5). Posteriormente, demuestra tu resultado aplicando inducción matemática (10 puntos)

### Problema 2 (cinco puntos)

Determinar si los números  $321_3$  y  $123_5$  son primos relativos

### Problema 3




P = Pop

J = Jazz

B = Blue

**El diagrama de Venn muestra los tipos de música que les gusta a un grupo de estudiantes universitarios. Escribe el número en cada sección del diagrama usando la información y responde las preguntas.**

	<p>Instituto Politécnico Nacional Escuela Superior de Cómputo Depto. de Formación Básica Academia de Ciencias Básicas</p>	<p>Matemáticas Discretas Periodo: 2025-1 Profesora: Martha Patricia Jiménez V. <b>Segunda evaluación</b></p>
---	---	--

**9 alumnos les gusta los tres tipos de música**

**8 alumnos les gusta Blues y Pop pero no Jazz**

**23 alumnos les gusta Blues y Jazz pero no Pop**

**35 alumnos les gusta ambos Jazz y Pop**


**27 alumnos les gusta solo Blues**

**5 alumnos les gusta solo Jazz**

**70 personas les gusta Pop**

**A 15 personas no les gusta alguno de esos tres tipos de música**

- 1) **¿A cuántos alumnos les gusta exactamente dos tipos de música?  
Indicar el conjunto que representa el conjunto y justificar todas sus operaciones. (5 puntos)**
- 2) **Determinar  $|P \oplus (B \oplus J)|$  e indicar el tipo de alumnos que representa y justificar todas sus operaciones. (5 puntos)**

	<p>Instituto Politécnico Nacional Escuela Superior de Cómputo Depto. de Formación Básica Academia de Ciencias Básicas</p>	<p>Matemáticas Discretas Periodo: 2025-1 Profesora: Martha Patricia Jiménez V. <b>Segunda evaluación</b></p>
---	---	--

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo 1AM1

**Instrucciones:** No escribir sobre esta hoja. Resolver de forma clara y ordenada los problemas.  
Justificar ampliamente sus respuestas

### Problema 1

Para la función booleana  $f(x, y, z) = \overline{x\overline{y}} + xz + \overline{x}$

realice lo siguiente

- Simplifique a su mínima expresión la función usando los operadores básicos (suma, producto y complemento) de forma algebraica
- Determine su forma normal disyuntiva de forma algebraica
- Determine su forma normal conjuntiva
- Simplifique usando la FND del mapa K
- Simplifique usando la FNC del mapa K

### Problema 2

Dibuje el circuito de la función  $f(A, B, C) = ABC + A\overline{B}\overline{A}\overline{C}$  con la menor cantidad de compuertas NAND

### Problema 3

Sea  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  y  $R = \{(x, y) | x(x+1) = y(y+1)\}$  definida en  $A \times A$

- Determine las propiedades de la relación.
- Determine si la relación es de equivalencia
- Determine si R es de Orden parcial
- Determine si R es de Orden total
- Si la relación es de equivalencia determine las clases de equivalencia y el conjunto cociente.