



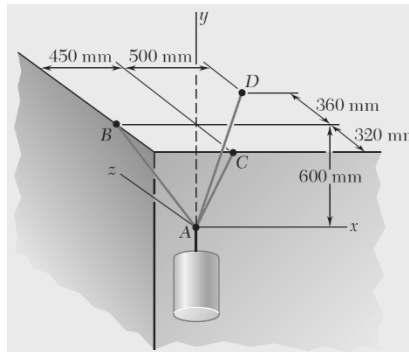
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ANÁLISIS VECTORIAL



Grupo: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

1.- Un contenedor se sostiene mediante tres cables unidos a un techo de la manera mostrada. Determine el peso  $W$  del contenedor, si se sabe que la tensión en el cable  $AD$  es de 4.3 kN.



2.- Calcule las medidas de los ángulos entre las diagonales del rectángulo cuyos vértices son  $A = (1, 0)$ ,  $B = (0, 3)$ ,  $C = (3, 4)$  y  $D = (4, 1)$ .

3.- Determina la ecuación del plano que contiene las rectas  $L_1, L_2$ :

$$L_1 = \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad L_2 = \begin{cases} x = -2 - 2s \\ y = -5 + s \\ z = -1 - s \end{cases}$$

4.- Hallar el volumen del paralelepípedo determinado por los vértices  $(0, 1, 0)$ ,  $(1, 1, 1)$ ,  $(0, 2, 0)$  y  $(3, 1, 2)$ .

5.- Demuestre la propiedad (resolver por método algebraico)

$$\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$$

Donde  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  son vectores en el espacio

# Examen 1 B

## Análisis Vectorial

1. Considere a los puntos  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(2, -2, 5)$  y  $C(-3, 2, 4)$  encontrar
  - a) Los ángulos internos del triángulo con vértices  $A, B$  y  $C$ .
  - b) Calcular el área del triángulo  $\triangle ABC$ .
  - c) Calcular la ecuación del plano que contiene a los puntos  $A, B$  y  $C$ .
2. Hallar los valores de  $m$  que haga que los vectores  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  y  $\vec{c} = m\hat{i} - \hat{j} + m\hat{k}$  sean coplanares.
3. Demostrar que para todo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$  no colineales, el vector normal  $\vec{n}$  al plano está dado por
$$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$$
  - Demostrar que además  $\frac{1}{2}\|\vec{n}\|$  es el área del triángulo cuyos vértices son los extremos de  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  y  $\vec{c}$ .
4.
  - a) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por  $P(-4, 1, 7)$  y es perpendicular al plano  $-7x + 2y + 3z = 1$ .
  - b) Encontrar la intersección de dicho plano con la recta calculada en a).
5. En el paralelogramo  $ABCD$ ,  $Q$  y  $P$  son puntos medios de los lados  $DC$  y  $BC$  respectivamente. ¿Cómo dividen las líneas  $AQ$  y  $AP$  a la diagonal  $DB$ ?

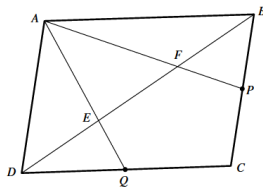


Figure 1: Figura 1.2



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO  
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA  
ANÁLISIS VECTORIAL



Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- Lee cuidadosamente cada pregunta antes de responder.
- No se permite el uso de dispositivos electrónicos para comunicación o acceso a internet.
- La información proporcionada debe ser tu propio trabajo.
- No se permite colaboración entre estudiantes.

**Sección I – Preguntas de opción múltiple. Marca la opción que consideres correcta. (\_\_\_\_\_/30 puntos)**

1. Vector unitario en la dirección de  $\vec{v} = (-6, 8, -2)$ :

- a)  $(-\frac{3}{\sqrt{26}}, \frac{4}{\sqrt{26}}, -\frac{1}{\sqrt{26}})$
- b)  $(\frac{3}{\sqrt{26}}, -\frac{4}{\sqrt{26}}, \frac{1}{\sqrt{26}})$
- c)  $(-\frac{3}{26}, \frac{4}{26}, -\frac{1}{26})$
- d)  $(-\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{4}{\sqrt{10}}, -\frac{1}{\sqrt{10}})$

2. Con  $\vec{u} = (2, -1, 2)$ ,  $\vec{v} = (-1, 4, 1)$ , el ángulo entre ellos es aproximadamente:

- a)  $71.6^\circ$
- b)  $108.3^\circ$
- c)  $60.0^\circ$
- d)  $120.0^\circ$

3. Sean  $A = (1, -2, 3)$ ,  $B = (2, 0, -1)$ . Área del triángulo  $OAB$ :

- a)  $\frac{\sqrt{69}}{2}$
- b)  $\sqrt{69}$
- c)  $\frac{\sqrt{70}}{2}$
- d)  $\frac{\sqrt{65}}{2}$

4. Área del paralelogramo generado por  $\vec{p} = (3, -2, 5)$  y  $\vec{q} = (-1, 4, 2)$ :

- a)  $\sqrt{797}$
- b)  $\frac{\sqrt{797}}{2}$
- c)  $\sqrt{769}$
- d)  $\sqrt{829}$

5. Sean  $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{b} = (2, -1, 4)$ ,  $\vec{c} = (k, 1, 0)$ . Para qué  $k$  los tres son coplanares?:

- a)  $-\frac{2}{11}$
- b)  $\frac{2}{11}$
- c)  $-\frac{11}{12}$
- d) 0

**Sección II – Ejercicios prácticos. Proporciona respuestas claras(\_\_\_\_\_/30 puntos)**

1. Sean  $\vec{p} = (4, -3, 2)$ ,  $\vec{q} = (-2, 1, 5)$ .

- a) Calcula  $\vec{p} \times \vec{q}$
- b) Área del triángulo determinado por  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ .
- c) Un vector normal unitario
- d) Verifica que  $\vec{q} \cdot (\vec{p} \times \vec{q}) = 0$



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO**  
**ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA**  
**ANÁLISIS VECTORIAL**



2. Sean  $\vec{u} = (1, 2, -1)$ ,  $\vec{v} = (-2, 1, 3)$ ,  $\vec{w} = (-3, 4, 5)$ .
- Encuentre  $\alpha$ ,  $\beta$  tales que  $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$
  - $\vec{u} \times \vec{v}$  y el área del paralelogramo generado por  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ .
  - Ángulo entre  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$

**Sección III: Problemas para Resolver** - Resuelve solo **DOS** problemas mostrando todos los pasos necesarios para llegar a la solución. (\_\_\_\_ / 40 puntos)

- Sean  $\vec{u} = (2, -1, 2)$ ,  $\vec{v} = (m, 1, -2)$ .
  - Determina  $m$  para que  $\angle(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$
  - Con ese  $m$ , calcula el área del paralelogramo generado por  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ .
  - Un vector normal unitario al plano de  $\vec{v}$  con componente  $z > 0$ .
- Sean  $\vec{A} = (2, -3, 1)$ ,  $\vec{B} = (5, 1, 2)$ ,  $\vec{C} = (-1, 0, 4)$ .
  - Ecuaciones paramétricas de las rectas  $AB$  y  $AC$
  - Área del triángulo  $ABC$ .
  - Ángulo entre  $\vec{AB}$  y  $\vec{AC}$ .
- Sean  $\vec{a} = (1, -2, 3)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, -1)$ ,  $\vec{c} = (k, 4, 0)$ .
  - Determina  $k$  para que  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  sean coplanares.
  - Toma  $k=10$ : calcula el volumen del paralelepípedo.
  - Con  $k=10$ , halla  $\lambda$  tal que  $\vec{d} = \lambda\vec{a} + \vec{b}$  sea perpendicular a  $\vec{c}$



ANÁLISIS VECTORIAL  
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Calif: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

1.\_ (a) Desarrollar y simplificar la expresión

$$(2\mathbf{A} - 3\mathbf{B} + 5\mathbf{C}) \cdot (-4\mathbf{A} + 3\mathbf{B} - \mathbf{C}) \times (5\mathbf{A} - \mathbf{B} + 2\mathbf{C})$$

(b) Comprobar el resultado para  $\mathbf{A} = [5, -1, -1]$ ,  $\mathbf{B} = [5, 4, -3]$  y  $\mathbf{C} = [6, -5, 2]$ .

2.\_ Sea el triángulo  $\Delta PQR$  donde  $P = (x_1, y_1)$ ,  $Q = (x_2, y_2)$  y  $R = (x_3, y_3)$ . Sea  $\vec{PQ} = [-b, a]$ . Demostrar que el área del triángulo  $\Delta PQR$  es

$$S_{\Delta PQR} = \frac{1}{2} |ax_3 + by_3 - c|$$

donde  $ax + by = c$  es la recta que pasa por  $P$  y  $Q$ .

3.\_ Hallar la ecuación de la recta  $\mathcal{L}_2$  que pasa por el punto  $A = (-5, 3, -8)$  y que es paralela a las recta  $\mathcal{L}_1$ , donde  $\mathcal{L}_1 = \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$  es la intersección de los planos  $\mathcal{P}_1$  y  $\mathcal{P}_2$ , con

$$\mathcal{P}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4x + 2y - 3z = 11\} \quad \text{y} \quad \mathcal{P}_2 : \begin{cases} x = u - 5v + 3 \\ y = -u + 5v \\ z = 2u - 3v + 4 \end{cases}$$

4.\_ Hallar la ecuación de la esfera  $\mathcal{E}$  que pasa por el punto  $C = (-3, 7, -5)$  y que es tangente al plano  $\mathcal{P}$ , donde

$$\mathcal{P} : \begin{cases} x = 2u - 3v - 1 \\ y = u - 5v + 3 \\ z = u - v + 4 \end{cases}$$

5.\_ Dados los vectores  $\vec{a}_1 = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{a}_2 = -4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  y  $\vec{a}_3 = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ . (a) Comprobar que son no coplanares. (b) Obtener con dichos vectores a los vectores  $\vec{b}_1$ ,  $\vec{b}_2$  y  $\vec{b}_3$ . (c) Para el vector  $\vec{d} = 6\hat{i} - 7\hat{j} + 2\hat{k}$ , comprobar que

$$\vec{d} = (\vec{d} \cdot \vec{b}_1)\vec{a}_1 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_2)\vec{a}_2 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_3)\vec{a}_3$$

# Examen 1 A

## Análisis Vectorial

1. Considere a los puntos  $A(3, -1, 2)$ ,  $B(1, -1, 3)$  y  $C(4, -3, 1)$  calcular
  - a) El área del triángulo  $ABC$ .
  - b) Los ángulos internos del triángulo
  - c) Calcular la ecuación del plano que contiene a los puntos  $A, B$  y  $C$ .
2. Probar por métodos vectoriales que, dado un cuadrilátero  $ABCD$  y  $P, Q, R$  y  $S$  los puntos medios de cada lado, si se juntan los puntos medios de lados adyacentes entonces el cuadrilátero  $PQRS$  es un paralelogramo.

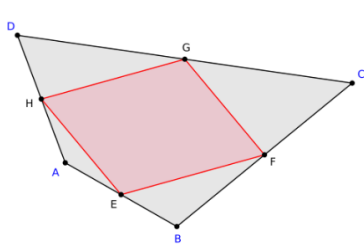


Figure 1: Figura 1.2

3. Demostrar que para todo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$  entonces

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} + (\vec{b} \times \vec{c}) \times \vec{a} + (\vec{c} \times \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{0}$$

4. Sea  $\vec{u}_1 = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{u}_2 = (0, -3, 2)$  y  $\vec{u}_3 = (13, -2, -3)$

- Probar que los vectores no son coplanares
- Encontrar una base recíproca de  $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ .

5. Probar que para todo vector  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 + \|\vec{a} \times \vec{b}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 \|\vec{b}\|^2$$



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**ANÁLISIS VECTORIAL**  
**PRIMER PARCIAL: Espacios Euclidianos  $\mathcal{R}^2$  y  $\mathcal{R}^3$**



Nombre: \_\_\_\_\_ 1CV6

Resuelva de forma detallada y SIN OMITIR procedimientos, en caso de escribir únicamente la respuesta se cancela la pregunta sin importar que sea correcta. Anotar nombre completo y enumerar cada hoja.

b) Determine la ecuación de dicho plano.

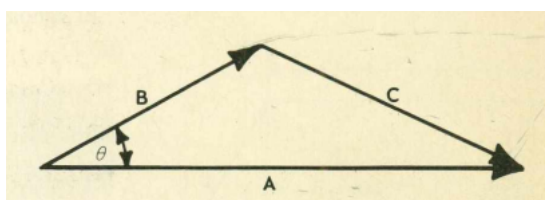
**Nota:** Este tipo de análisis se utiliza en gráficos 3D y en aplicaciones de reconstrucción de superficies.

1. Determine los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  que el vector  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  forma con las direcciones positivas de los ejes coordenados, y mostrar que

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1. \quad (1)$$

2. Demuestre que  $(\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})) + (\vec{v} \times (\vec{w} \times \vec{u})) + (\vec{w} \times (\vec{u} \times \vec{v})) = \vec{0}$ .
3. Determine la proyección del vector  $\vec{u} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  sobre la línea que pasa por los puntos  $P(2, 3, -1)$  y  $Q(-2, -4, 3)$ .
4. La ley de cosenos establece que si tres lados de un triángulo tienen longitudes  $|\vec{A}| = A$ ,  $|\vec{B}| = B$  y  $|\vec{C}| = C$  y si el ángulo opuesto al lado  $C$  es  $\theta$ , entonces

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos(\theta) \quad (2)$$




Utilizando métodos vectoriales demuestre la ley de cosenos. Sugerencia: Recuerde que  $|\vec{C}|^2 = \vec{C} \cdot \vec{C}$ .

5. En un sistema de visión por computadora, se desea determinar la orientación de una superficie plana detectada por una cámara. Tres puntos del plano en el espacio tridimensional están dados por:

$$A(1, 2, 1), \quad B(3, 5, 2), \quad C(2, 4, 6)$$

- a) Determine un vector normal  $\vec{n}$  al plano de la superficie detectada, ¿cómo podría utilizarse este vector normal para determinar la orientación del objeto respecto a la cámara?

 <p>Escuela Superior de Cómputo Academia de Ciencias Básicas</p>	Materia: Análisis Vectorial	Profesor: Claudia Díaz
	Primer Examen Parcial	Fecha: 27 de octubre de 2025
	Nombre:	
	Número de boleta:	
	Calificación:	

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes ejercicios, justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Escriba los resultados de los ejercicios 1, 2 y 3 con tinta. Los errores de notación vectorial se penalizan con 5% del valor del ejercicio.

**Ejercicio 1. Álgebra vectorial. Valor: 2 puntos.** Si  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  son vectores no paralelos tales que  $\vec{c} = (m + n - 1)\vec{a} + (m + n)\vec{b}$  y  $\vec{d} = (m - n)\vec{a} + (2m - n + 1)\vec{b}$ , hallar  $m$  y  $n$  tales que  $\vec{c} = 3\vec{d}$

**Ejercicio 2. Combinación lineal de vectores. Valor: 2 puntos.** Expresar al vector  $\vec{a} = \langle 5, 3, -1 \rangle$  como una combinación lineal del conjunto de vectores  $\vec{b}_1 = \langle 1, 0, -1 \rangle$ ,  $\vec{b}_2 = \langle -1, -1, 0 \rangle$ ,  $\vec{b}_3 = \langle 0, 0, 1 \rangle$

**Ejercicio 3. Producto punto. Valor: 2 puntos.** Hallar un vector unitario que forma un ángulo de  $45^\circ$  con el vector  $\vec{a} = \langle 2, 2, -1 \rangle$ , y un ángulo de  $60^\circ$  con  $\vec{b} = \langle 0, 1, -1 \rangle$ .

**Nota:** En las demostraciones 4 y 5, desarrolle con la metodología de 4 pasos vista en clase, siguiendo un formalismo matemático riguroso.

**Ejercicio 4. Demostraciones con producto punto. Valor: 2 puntos.** Sean  $\hat{a}$  y  $\hat{b}$  vectores unitarios y  $\theta$  el ángulo entre ellos. Demuestre que:

$$\frac{1}{2} \|\hat{a} - \hat{b}\| = \left| \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \right|$$

*Sugerencia:* Considere que  $\|\hat{a} - \hat{b}\|^2 = (\hat{a} - \hat{b}) \cdot (\hat{a} - \hat{b})$

**Ejercicio 5. Demostraciones con producto cruz. Valor: 2 puntos.** Sea ABC un triángulo, O cualquier punto,  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ . Demuestre que el área del triángulo ABC es igual a  $\frac{1}{2} \|\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}\|$ .





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ANÁLISIS VECTORIAL



Segundo examen

Grupo: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

1.- Calcular  $\partial w / \partial u$ , además evalúe en los puntos dados.

$$w = \ln(x^2 + y^2 + z^2) \quad x = ue^v \sin(u) \quad y = ue^v \cos(u) \quad z = ue^v$$
$$(u, v) = (-2, 0)$$

2.- Encuentra el punto en la curva que está a una distancia de 5 unidades hacia adelante desde el punto  $r(1)$ , sea la curva en el espacio:

$$r(t) = (t^2, 3t, \ln(1 + t^2))$$

3.- Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie

$$S: \phi(x, y, z) = x^2 y e^z + y z^3 - 4x + 2y - 1 = 0$$

en el punto  $P_0 = (1, 1, 0)$

4.- Sea el campo vectorial,  $\vec{F}(x, y) = \langle P(x, y), Q(x, y) \rangle$  donde,  $P(x, y) = x^2 e^y \cos y$   $Q(x, y) = y^2 e^x \sin x$

a) Calcular la divergencia

b) Encuentra donde  $\nabla \cdot \vec{F} = 0$

c) Determinar las regiones donde entra y sale

5.- Sea si  $f(x, y, z) = (14xy^3z^2 - 10xz - 9)i - (e^z \cos x)j + (e^{-(2x^2 + 5y^2 - 3z^2)})k$  determinar

$$\nabla \cdot (\nabla \times F)$$



ANÁLISIS VECTORIAL  
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Calif: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

- 1.\_ Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales vectoriales y dar su interpretación física  
(a)  $\mathbf{r}''(t) + 6\mathbf{r}'(t) + 34\mathbf{r}(t) = \mathbf{0}$ , (b)  $\mathbf{r}''(t) + 5\mathbf{r}'(t) + 6\mathbf{r}(t) = \mathbf{0}$  y (c)  $\mathbf{r}''(t) + 9\mathbf{r}(t) = \mathbf{0}$ .

- 2.\_ (a) Utilizar la identidad  $\cosh^2(\xi) - \sinh^2(\xi) = 1$  para obtener la parametrización de la hipérbola

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

- (b) Utilizar el inciso (a) para hallar la ecuación de la recta tangente a la hipérbola  $4x^2 - 25y^2 - 8x - 150y - 321 = 0$  en el punto para el cual  $t = \ln(2)$ .

- 3.\_ Sea una superficie  $S$  representada por  $x = x(y, z)$ . Demostrar que el vector normal  $\mathbf{n}$  en cada punto de  $S$  es

$$\mathbf{n} = \mathbf{i} - \left( \frac{\partial x}{\partial y} \right) \mathbf{j} - \left( \frac{\partial x}{\partial z} \right) \mathbf{k}$$

- (b) Utilizar el resultado del inciso (a) para hallar la ecuación del plano tangente la superficie  $S$  dada por

$$x = 7y^3z^3 - 5y^2 + 3z^2 - 5y + 9z + 2 \text{ en el punto } P_0 = (3, -1, -1).$$

- 4.\_ Para las funciones  $f(u, v, w) = 7u^3v^2w^3$  y  $\mathbf{g}(x, y, z) = [e^{-2x^2y^3z^2}, e^{-7x^3y^2z^3}, \sin(5x^2y^3z^2)]$  aplicar el segundo caso especial de la regla de la cadena para calcular la derivada de  $f \circ \mathbf{g}$ .

- 5.\_ Dada la función vectorial  $\mathbf{f} = (15x^2y^2z^3 - 6xy^3 + 21x^2z^3 + 2)\mathbf{i} + (10x^3yz^3 - 9x^2y^2 + 6y^2z^2 - 3)\mathbf{j} + (15x^3y^2z^2 + 4y^3z + 21x^3z^2 + 4)\mathbf{k}$ . a) Mostrar que  $\nabla \times \mathbf{f} = \mathbf{0}$ . b) Hallar una función escalar  $\phi$  tal que  $\mathbf{f} = \nabla \phi$ .



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**  
**ANÁLISIS VECTORIAL**  
**SEGUNDO PARCIAL: Cálculo Diferencial Vectorial**



Nombre: \_\_\_\_\_ 1CV6

Resuelva de forma detallada y SIN OMITIR procedimientos, en caso de escribir únicamente la respuesta se cancela la pregunta sin importar que sea correcta. Anotar nombre completo y enumerar cada hoja.

1. Sea  $C$  la curva generada por

$$\vec{r}(t) = (e^t + e^{-t})\hat{i} + (5 - 2t)\hat{j}. \quad (1)$$

con  $0 \leq t \leq 3$ , determine

- La ecuación de la recta tangente a la curva en  $t = 3$ .
  - La longitud de la curva  $C$ .
2. Una partícula se mueve de modo que su vector de posición está dado por  $\vec{r}(t) = \cos(wt)\hat{i} + \sin(wt)\hat{j}$ , donde  $w$  es una constante. Demuestre que
- La velocidad de la partícula es perpendicular a  $\vec{r}(t)$ .
  - La aceleración está dirigida hacia el origen.
  - El producto cruz entre  $\vec{r}(t)$  y la velocidad de la partícula es un vector constante.
3. Encuentre ecuaciones para el plano tangente y la recta normal a la superficie  $z = x^2 + y^2$  en el punto  $(2, -1, 5)$ .
4. Sea  $\theta$  el ángulo entre los lados iguales de un triángulo isósceles y sea  $x$  la longitud de estos lados. Si  $x$  se incrementa a razón de  $\frac{1}{2} \frac{m}{h}$  y  $\theta$  se incrementa a razón de  $\frac{\pi}{90} \frac{rad}{h}$ , hallar la tasa de incremento del área cuando  $x = 6m$  y  $\theta = \frac{\pi}{4} rad$ .
5. La altitud de una montaña en  $(x, y)$  es  $f(x, y) = 2500 + 100(x + y^2)e^{-0.3y^2}$  donde  $x$  y  $y$  tienen unidades de  $100m$ . Determine la derivada direccional de  $f$  en  $P(-1, -1)$  en la dirección del vector unitario  $\vec{u}$  que forma un ángulo de  $\frac{\pi}{6}$  con  $\nabla f(P)$ .

## Examen 2

### Análisis vectorial

Nombre: \_\_\_\_\_

Resolver 5 problemas, explicando tu solución de manera clara y ordenada.

1. a) Calcular la longitud de arco de la curva en  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

$$x(t) = e^{-t/2} \cos t, \quad y(t) = e^{-t/2} \sin t, \quad z(t) = e^{-t/2}$$

- b) Calcular la velocidad  $\vec{v}(t)$  y  $\vec{a}(t)$  así como su rapidez  $s(t)$ .

2. a) Determinar el plano tangente a la siguiente superficie en el punto indicado

- $z = x^3 + y^3 - 6xy$  en el punto  $P = (1, 2, -3)$ .

- b) Encontrar la dirección de mayor crecimiento del campo escalar en  $P_1 = (1, 1, -4)$

3. Se dice que un campo  $\vec{F}$  es *irrotacional* si  $\text{curl } \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = 0$

Determinar el valor de  $a, b$  y  $c$  para que el campo vectorial  $\vec{R}(t)$  dado por

$$\vec{R}(t) = (x + 2y + az)\mathbf{i} + (bx - 3y - z)\mathbf{j} + (4x - cy + 2z)\mathbf{k}$$

- Sea irrotacional.
- Calcular  $\text{div } \vec{F}$ .
- Calcular la jacobiana de  $\vec{F}$ .

4. Demostrar que para todo campo escalar  $\phi$  diferenciable se cumple que  $\nabla \times \nabla \phi = \vec{0}$

5. Se  $\vec{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  y  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

- a) Calcular  $\nabla \ln r$  y  $\nabla(\frac{1}{r})$ .

- b) Calcular  $\Delta r^n$ , con  $\Delta$  el laplaciano.

6. Sea  $\mathbf{u}(x, y, z) = y^2 z \mathbf{i} - z^2 \sin(x^2 + y^2) \mathbf{j} + 2x e^{-z} \cos y \mathbf{k}$ . Sea  $x(r, \theta, z) = r \cos \theta$ ,  $y(r, \theta, z) = r \sin \theta$  y  $z(r, \theta, z) = z$ .

Calcular  $\frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial z^2}$ .

Nombre: \_\_\_\_\_

Resolver 5 problemas, explicando tu solución de manera clara y ordenada.

1. a) Calcular la longitud de arco de la curva en  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

$$x(t) = e^{-t/2} \cos t, \quad y(t) = e^{-t/2} \sin t, \quad z(t) = e^{-t/2}$$

- b) Calcular la velocidad  $\vec{v}(t)$  y  $\vec{a}(t)$  así como su rapidez  $s(t)$ .

2. a) Determinar el plano tangente a la siguiente superficie en el punto indicado

- $xy^2 + 2yz = 4$  en el punto  $P = (-2, 2, 3)$ .

- b) Encontrar la dirección de mayor crecimiento del campo escalar en  $P_1 = (2, 1, 1)$

3. Se dice que un campo  $\vec{F}$  es *irrotacional* si  $\text{curl } \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = 0$

Determinar el valor de  $a, b$  y  $c$  para que el campo vectorial  $\vec{R}(t)$  dado por

$$\vec{R}(t) = (y \cos x + axz)\mathbf{i} + (b \sin x + z)\mathbf{j} + (cx^2 + y)\mathbf{k}$$

- Sea irrotacional.
- Calcular  $\text{div } \vec{F}$ .
- Calcular la jacobiana de  $\vec{F}$ .


4. Demostrar que para todo campo escalar  $\phi$  diferenciable y  $\vec{F}$  se cumple que  $\nabla \cdot (\phi \vec{F}) = \nabla \phi \cdot \vec{F} + \phi \nabla \cdot \vec{F}$ .

5. Se  $\vec{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  y  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

- a) Calcular  $\Delta \ln r$  y  $\Delta(\frac{1}{r})$ .

- b) Calcular  $\nabla \cdot (r \nabla(\frac{1}{r^3}))$  y  $\nabla \cdot (\sin r \vec{r})$  Sugerencia use 4.

6. Hallar la derivada direccional de  $\Phi(x, y, z) = (x^2 + 3y^2 + z^2)e^{-(x^2+y^2)}$  en el punto  $P = (1, 1, -1)$  en la dirección de  $\vec{u} = (-1, 1, 1)$  a  $\vec{s} = (2, 5, 4)$  (recuerde que la dirección debe ser unitaria).

 <p>Escuela Superior de Cómputo Academia de Ciencias Básicas</p>	Materia: Análisis Vectorial	Profesor: Claudia Díaz
	Segundo examen parcial (Parte II)	15 de diciembre de 2025
	Nombre:	
	Número de boleta:	
	Calificación:	

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Los problemas con **inconsistencias en la notación tienen un valor de cero**. Escriba sus resultados con tinta.

**Ejercicio 1. Dominio de funciones de varias variables. Valor: 2.5 puntos.** Determine el dominio en forma de notación de conjunto, gráficamente e inequación/no igualdad, de la siguientes funciones:

$$a) f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{y - x}$$

$$b) f(x, y) = \text{sen}^{-1}(xy)$$

**Ejercicio 2. Aplicaciones de las curvas de nivel. Valor: 2.5 puntos.** En Termodinámica, la temperatura, presión y volumen de un gas ideal encerrado están relacionadas por medio de la función:

$$T = 0.01PV$$

donde  $T, P, V$  se miden en kelvins, atmósferas y litros, respectivamente. Dibuje las isothermas  $T = 300 K, 400 K$  y  $600 K$ .

**Ejercicio 3. Aplicaciones de las derivadas parciales de orden superior.** En Química, la concentración molecular  $C(x, t)$  de un líquido está dada por la función:

$$C(x, t) = t^{-1/2} e^{-x^2/kt}$$

donde  $k$  es una constante. Obtenga las derivadas parciales necesarias para mostrar que esta función satisface la ecuación de difusión unidimensional siguiente:

$$\frac{k}{4} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{\partial C}{\partial t}$$

**Ejercicio 4. Valor mínimo de la derivada direccional. Valor: 2.5 puntos.** a) Determine un vector que produzca la dirección en la cual la función:

$$f(x, y) = \ln \left( \frac{2x + 3y}{y + 4x} \right)$$

tiene un valor mínimo en el punto de coordenadas  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}\right)$ . b) Determine la tasa mínima.



Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Calificación: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- Muestra tu procedimiento y resultado con claridad.
- No se permite el uso de dispositivos electrónicos para comunicación o acceso a internet.
- Toda la información debe ser tu propio trabajo; no se permite colaboración entre estudiantes.

**Sección I – Ejercicios teóricos (10 puntos)**


1. ¿Qué representa geoméricamente el gradiente  $\nabla f(a, b)$  de una función  $f(x, y)$ . [5 puntos]
2. ¿En qué dirección se obtiene la derivada direccional máxima de una función  $f(x, y)$  en un punto  $(a, b)$ ? [5 puntos]

**Sección II – Problemas para Resolver (40 puntos)**

1. Sea  $f(x, y) = 4x^2y - 2xy^3 + y^4 - 3x$ . En el punto  $P = (2, -1)$ : [20 puntos]
  - a) Obtén el vector unitario en la dirección de  $P \rightarrow Q = (5, 1)$ .
  - b) Calcula la derivada direccional  $D_{\mathbf{u}}f(P)$ .
2. Sea  $f(x, y) = x^3y + e^{x-2y} - y^2$ . En  $A = (-1, 2)$ : [20 puntos]
  - a) Calcula  $\nabla f(A)$ .
  - b) Obtén el plano tangente a  $z = f(x, y)$  en  $A$ .

**Sección III – Problemas para Resolver (60 puntos)**

1. Sea:  $z = x \sin y + y \cos x$ ,  $x = s^2 \cos t$ ,  $y = s \sin(2t)$ . Calcula: [30 puntos]
  - a)  $\frac{\partial z}{\partial s}$
  - b)  $\frac{\partial z}{\partial t}$
2. Sea:  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + xy$ . En  $(0, 1)$ : [30 puntos]
  - (a) Calcula  $f_x(0, 1)$  y  $f_y(0, 1)$ .
  - (b) Explica brevemente qué representa cada una de estas derivadas parciales en términos de la pendiente de la superficie  $z = f(x, y)$  al moverse:
    - en la dirección del eje  $x$  con  $y$  fijo,
    - en la dirección del eje  $y$  con  $x$  fijo.
  - (c) Gráfica la curva y su recta tangente de  $z = f(x, y)$  en los planos  $y = 1$  ( $z$  vs.  $x$ ) y  $x = 0$  ( $z$  vs.  $y$ ).

 <p>Escuela Superior de Cómputo Academia de Ciencias Básicas</p>	Materia: Análisis Vectorial	Profesor: Claudia Díaz
	Segundo examen parcial (Parte I)	27 de noviembre de 2025
	Nombre:	
	Número de boleta:	
	Calificación:	

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Los problemas con **inconsistencias en la notación tienen un valor de cero**. Escriba sus resultados con tinta.

**Ejercicio 1. Valor: 2.5 puntos. Continuidad de funciones vectoriales.** Analice la continuidad de la siguiente función vectorial en  $t = 1$ :

$$\vec{r}(t) = (\sqrt{t}\cos(\pi t))\hat{i} + (t^3 - 4)^{5/2}\hat{j} + 3^{\sec(\pi t)}\hat{k}$$

**Ejercicio 2. Valor: 2.5 puntos. Interpretación geométrica de la derivada vectorial.** Determine la ecuación de la recta (en forma paramétrica) tangente a la curva dada por la función vectorial siguiente:

$$\vec{r}(t) = (t^3 - 2t)\hat{i} + \left(\frac{t^2 + 1}{t - 2}\right)\hat{j} + (2t^3 - 3)^{5/2}\hat{k}$$

en  $t = 2$ .

**Nota:** En la demostración del ejercicio 3 desglose los 4 pasos vistos en clase, con estricto rigor matemático.

**Ejercicio 3. Valor: 2.5 puntos. Demostraciones geométricas con la derivada vectorial.** Suponga que  $\vec{r}(t)$  es una función vectorial derivable, para la cual  $\|\vec{r}(t)\| = C$ , para toda  $t$ , donde  $C$  es una constante. Demuestre que el vector tangente  $\vec{r}'(t)$  es perpendicular al vector de posición  $\vec{r}(t)$  para toda  $t$ .

**Ejercicio 4. Valor: 2.5 puntos. Identidades algebraicas con derivación vectorial.** Demuestre las siguientes identidades, utilizando las propiedades de la derivada vectorial, considerando que  $\vec{r}_1(t)$  y  $\vec{r}_2(t)$  son funciones derivables de  $t$ :

$$\text{a) } \frac{d}{dt} \left( \vec{r}_1(t) \cdot \frac{d}{dt} \vec{r}_2(t) - \frac{d}{dt} \vec{r}_1(t) \cdot \vec{r}_2(t) \right) = \vec{r}_1(t) \cdot \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_2(t) - \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_1(t) \cdot \vec{r}_2(t)$$

$$\text{b) } \frac{d}{dt} \left( \vec{r}_1(t) \cdot \frac{d}{dt} \vec{r}_1(t) \times \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_1(t) \right) = \vec{r}_1(t) \cdot \frac{d}{dt} \vec{r}_1(t) \times \frac{d^3}{dt^3} \vec{r}_1(t)$$





# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

### ANÁLISIS VECTORIAL



Tercer examen

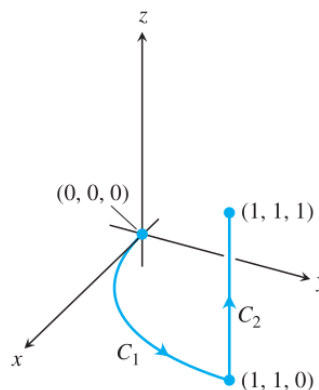
Grupo: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

1.- Integre  $f(x, y, z) = x + \sqrt{y} - z^2$  sobre la trayectoria que va desde  $(0, 0, 0)$  hasta  $(1, 1, 1)$  dada por

$$C_1: r(t) = ti + t^2j \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$C_2: r(t) = i + j + tk \quad 0 \leq t \leq 1$$

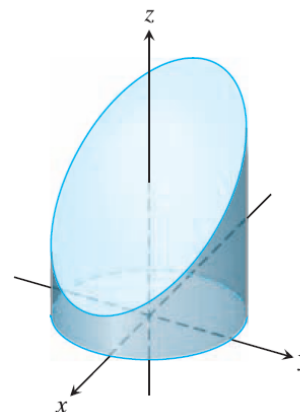


2.-Determine el volumen del sólido en el primer octante acotado por los planos coordenados, el plano  $x = 3$  y el cilindro parabólico  $z = 4 - y^2$ .

3.- Calcule el jacobiano  $\partial(x, y, z)/\partial(u, v, w)$  para la transformación

$$x = 2u - 1, \quad y = 3u - 4 \quad z = (1/2)(w - 4)$$

4.- Cálculo de volúmenes de la región cortada en el cilindro  $x^2 + y^2 = 4$  por el plano  $z = 0$  y el plano  $x + z = 3$



5.-Cambie el orden de integración de manera adecuada para que sea más conveniente de integrar.

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_{x^2}^1 12xze^{zy^2} dy dx dz$$

# Examen 3. Análisis Vectorial

## Tercer parcial

Resuelva 5 problemas de manera clara y ordenada. No omita ningún cálculo.

1. Verifique la igualdad

$$\oint_C Pdx + Qdy = \iint_S \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy$$

si  $\vec{F}(x, y) = P(x, y)\mathbf{i} + Q(x, y)\mathbf{j} = (3x + 4y)\mathbf{i} + (2x - 3y)\mathbf{j}$  y  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$

2. Calcular la integral de superficie

$$\iint_S \vec{F} \cdot dS \quad \text{con} \quad \vec{F}(x, y, z) = \frac{x^2}{2}\mathbf{i} + \frac{y^2}{2}\mathbf{j} + \frac{z^2}{2}\mathbf{k}$$

Y  $S$  la esfera de radio 1 centrada en el origen.

3. Calcular las siguientes integrales de línea  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  si

- $\vec{F}(x, y) = 2x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j}$  y  $C$  es la curva dada por el segmento de recta que une los puntos  $P = (-3, -2)$  y  $Q = (3, 2)$ .
- $\vec{F}(x, y) = y\mathbf{i} - z\mathbf{j} - x\mathbf{k}$  y  $C$  es la curva dada por el segmento de recta que une los puntos  $P = (-3, -2, -1)$  y  $Q = (3, 2, 1)$ .

4. Calcular

$$\iiint_D (x^2 + y^2 + z^2) dxdydz$$

Con  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 3\}$

5. a) Usar una integral de superficie para determinar el área del triángulo  $T \subset \mathbb{R}^3$  con vértices en  $P_1 = (1, 1, 0)$ ,  $P_2 = (2, 1, 2)$  y  $P_3 = (2, 3, 3)$ . Usar una función  $z = g(x, y)$  que nos dé el triángulo requerido.

b) Usar el producto vectorial para verificar tu respuesta.

6. Sea  $\vec{F}(x, y, z) = 2x^2y\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + 4xz^2\mathbf{k}$  y  $S$  la superficie cerrada, limitada por  $y^2 + z^2 = 9$ ,  $x = 2$  y el primer octante. Calcular la integral de superficie usando la fórmula del teorema de la divergencia de Gauss:

$$\iint_S \vec{F} \cdot dS = \iiint_V \text{div}(\vec{F}) dxdydz$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ANÁLISIS VECTORIAL  
TERCER PARCIAL: Cálculo Integral Vectorial



Nombre: \_\_\_\_\_ 1CV6

Resuelva de forma detallada y SIN OMITIR procedimientos, en caso de escribir únicamente la respuesta se cancela la pregunta sin importar que sea correcta. Anotar nombre completo y enumerar cada hoja.

1. [30pts] Sea  $\vec{F}$  un campo de fuerzas definido como

$$\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}. \quad (1)$$

- Determine si el campo  $\vec{F}$  es un campo conservativo.
  - En caso de que sea conservativo determine el **potencial escalar**.
  - Calcule el trabajo realizado por una partícula que se mueve de  $(1, -1, 1)$  a  $(1, 2, 3)$ .
2. [30pts] Sea  $\vec{A} = (2y + 3)\hat{i} + xz\hat{j} + (yz - x)\hat{k}$ . Evalúe  $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$  a lo largo de las trayectorias siguientes  $C$ :
- $x(t) = 2t^2$ ,  $y(t) = t$  y  $z(t) = t^3$  de  $t = 0$  a  $t = 1$ .
  - Las líneas rectas de  $(0, 0, 0)$  a  $(0, 0, 1)$ , después a  $(0, 1, 1)$  y luego a  $(2, 1, 1)$ .
  - La línea recta que une a  $(0, 0, 0)$  y  $(2, 1, 1)$ .
3. [20pts] Evalúe  $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  donde  $\vec{F} = (x - 3y)\hat{i} + (y - 2x)\hat{j}$  y  $C$  es la curva cerrada en el plano  $xy$ ,  $x(t) = 2\cos(t)$ ,  $y(t) = 3\sin(t)$  de  $t = 0$  a  $t = 2\pi$ .
4. [20pts] Evalúe  $\iint_R e^{y^2} dA$ , donde  $R$  es la región limitada por  $x = -y$ ,  $x = y$  y  $y = 2$ .

## 1. EJERCICIO EXTRA

- \* Demuestre que el campo vectorial  $\vec{V} = \frac{-x\hat{i} - y\hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  es un **campo sumidero**.




ANÁLISIS VECTORIAL  
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Calif: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

- 1.\_ Calcular el área de la superficie del paraboloide invertido  $z = 81 - x^2 - y^2$  acotado por los planos coordenados  $yz$  y  $zx$  en el primer octante.
- 2.\_ Calcular el trabajo  $W = \int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}$  que realiza una fuerza  $\mathbf{f} = 3xy^2\mathbf{i} + 5x^2y\mathbf{j}$  aplicada a una partícula que se mueve a lo largo la curva  $C$  que es la parte de la elipse  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{81} = 1$  en el primer cuadrante.
- 3.\_ Para la función vectorial  $\mathbf{f} = (10xy^3z^2 - 6xz^3 + 6x^2y^2 + 4)\mathbf{i} + (15x^2y^2z^2 + 4x^3y - 14yz^2 + 5)\mathbf{j} + (10x^2y^3z - 9x^2z^2 - 14y^2z - 3)\mathbf{k}$ 
  - a) Demostrar que es conservativo.
  - b) Hallar el potencial escalar  $\phi$  tal que  $\mathbf{f} = \nabla\phi$ .
  - c) Comprobar que  $\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \phi(P_f) - \phi(P_i)$ , donde  $P_i = (2, 1, -1)$  y  $P_f = (-1, 1, -3)$  y  $C$  es cualquier curva que una dichos puntos.
- 4.\_ Comprobar el teorema de Green en el plano para la región encerrada entre las curvas  $y = \sqrt{x-5}$  y  $y = \frac{1}{4}(x-5)$ . Siendo  $\mathbf{f} = 7xy^2\mathbf{i} - 2x^2y\mathbf{j}$ .
- 5.\_ Si  $\vec{f} = -3yz^2\hat{i} + 5xz\hat{j} - 4xy\hat{k}$ , calcular  $\oiint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$ , donde  $S$  es la superficie cerrada que se forma con el cilindro parabólico  $z = 36 - x^2$  acotado por los planos  $y = 0$  y  $y = 10$  en el primer octante.

 <p>Escuela Superior de Cómputo Academia de Ciencias Básicas</p>	Materia: Análisis Vectorial	Profesor: Claudia Díaz
	Tercer examen parcial	13 de enero de 2026
	Nombre:	
	Número de boleta:	
	Calificación:	

**Instrucciones:** Resuelva los siguientes ejercicios justificando matemáticamente todo su procedimiento, siguiendo una estructura lógica en su desarrollo. Los problemas con **inconsistencias en la notación tienen un valor de cero**. Escriba sus resultados con tinta.

**Ejercicio 1. Recta perpendicular a una superficie. Valor: 2.5 puntos.** Determine las ecuaciones simétricas para la recta perpendicular a la gráfica de la superficie dada por la ecuación:

$$z = -4x^2 + 3y^3$$

en el punto  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{10}{3}\right)$ .

**Ejercicio 2. Divergencia, rotacional y propiedades del operador nabla. Valor: 2.5 puntos.** Sean  $\vec{F} = 3yx^2\hat{i} + xz\hat{j} + 2zy^4\hat{k}$  y  $\phi = x^2y^3z$ . En el punto  $(1, -1, 2)$  determine lo siguiente:

a)  $\nabla \times (\phi \vec{F})$       b)  $\nabla \times (\nabla \times \vec{F})$       c)  $\nabla \cdot [\vec{F} \times (\nabla \phi)]$       d)  $\nabla \cdot \vec{F}$

**Ejercicio 3. Integral de línea. Valor: 2.5 puntos.** Calcule el trabajo total realizado por una fuerza dada por:

$$\vec{F} = -x\hat{i} + z\hat{j} + y\hat{k}$$

que actúa sobre una partícula para desplazarla a lo largo de una hélice elíptica, cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$x = \cos(t) \quad y = t \quad z = 3\sin(t)$$

de  $t = 0$  a  $t = \pi$ .

**Ejercicio 4. Campos conservativos e integral de línea. Valor: 2.5 puntos.**  
a) Demuestre que  $\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$  es un campo de fuerzas conservativo. b) Encuentre el potencial escalar. c) Calcule el trabajo realizado cuando un objeto se mueve de  $(2, -1, 3)$  a  $(4, -2, 2)$ .

## Primer examen de Análisis Vectorial

- Especifique los detalles de su cálculo y escriba con pluma los resultados finales.
  - Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_
1. Encontrar el volumen del paralelepípedo que tiene por lados adyacentes los vectores  $\vec{a} = (4, -1, 7)$ ,  $\vec{b} = (1, 1, 1)$  y  $\vec{c} = (-2, 0, 3)$ .
  2. a) Hallar la ecuación del plano que contiene las rectas  $\vec{\ell}_1(t) = (0, 1, -2) + t(2, 3, -1)$  y  $\vec{\ell}_2(t) = (2, -1, 0) + t(2, 3, -1)$ .  
b) Realice la gráfica del plano anterior.  
c) Encuentre la distancia entre el punto  $P(4, 7, -9)$  y el plano del inciso a.
  3. Hallar la intersección de los planos  $x + (y - 1) + z = 0$  y  $-x + (y + 1) - z = 0$ .
  4. Sen  $u, v$  y  $w$  vectores. Demuestre que  $(u \times v) \times w + (v \times w) \times u + (w \times u) \times v = 0$ .

## Primer examen de Análisis Vectorial

- Especifique los detalles de su cálculo y escriba con pluma los resultados finales.
  - Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_
1. Hallar la intersección de los planos  $x + (y - 1) + z = 0$  y  $-x + (y + 1) - z = 0$ .
  2. Sen  $u, v$  y  $w$  vectores. Demuestre que  $(u \times v) \times w + (v \times w) \times u + (w \times u) \times v = 0$ .
  3. Encontrar el volumen del paralelepípedo que tiene por lados adyacentes los vectores  $\vec{v}_1 = (2, -1, 4)$ ,  $\vec{v}_2 = (-2, 1, -1)$  y  $\vec{v}_3 = (-2, 0, 3)$ .
  4. a) Hallar la ecuación del plano que contiene las rectas  $\vec{\ell}_1(t) = (0, 1, -2) + t(2, 3, -1)$  y  $\vec{\ell}_2(t) = (2, -1, 0) + t(2, 3, -1)$ .  
c) Encuentre la distancia entre el punto  $P(4, 7, -9)$  y el plano del inciso anterior.  
b) Realice la gráfica del plano del inciso a.

## Segundo examen de Análisis Vectorial

- Especifique los detalles de su cálculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Sea  $f(x, y, z) = \frac{e^{x+y}}{1+z^2}$ . Calcule

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1, 2+h, 3) - f(1, 2, 3)}{h}$$

2. Evalúe el gradiente de  $f(x, y, z) = \log(x^2 + y^2 + z^2)$  en el punto  $(1, 0, 1)$ .
3. a) Encuentre la ecuación del plano tangente a  $z = e^{x-y}$  en el punto  $(1, 1, 1)$ ,  
b) ¿Dónde corta el plano tangente al eje  $z$ ?
4. Demuestre usando la definición de límite con  $\epsilon$  y  $\delta$  que

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3x + 2) = 12$$

## Segundo examen de Análisis Vectorial

- Especifique los detalles de su cálculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Sea  $f(x, y, z) = \frac{e^{x+y}}{1+z^2}$ . Calcule

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1, 2+h, 3) - f(1, 2, 3)}{h}$$

2. Evalúe el gradiente de  $f(x, y, z) = \log(x^2 + y^2 + z^2)$  en el punto  $(1, 0, 1)$ .
3. a) Encuentre la ecuación del plano tangente a  $z = e^{x-y}$  en el punto  $(1, 1, 1)$ ,  
b) ¿Dónde corta el plano tangente al eje  $z$ ?
4. Demuestre usando la definición de límite con  $\epsilon$  y  $\delta$  que

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3x + 2) = 12$$

## Tercer examen de Análisis Vectorial

- Especifique los detalles de su cálculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Sea  $f(x, y) = (\tan(x - 1) - y^y, x^2 - y^2)$  y  $g(u, v) = (e^{u-v}, u - v)$ . Calcule la derivada de  $f \circ g$  evaluada en  $(1, 1)$
2. Suponga que una partícula sigue la trayectoria  $c(t) = (4e^t, 6t^4, \cos t)$ . En el instante  $t_0 = 0$  la partícula sale de su trayectoria siguiendo ahora una trayectoria tangencial a la curva en dicho instante. Encuentre la coordenada de la partícula en el instante  $t_1 = 1$ .
3. Suponga que un pato nada siguiendo una trayectoria circular dada por  $x = \cos t$  y  $y = \sin t$  y la temperatura del agua está dada por  $T = x^2 e^y - xy^3$ . Encuentre  $dT/dt$  la razón de cambio de la temperatura que experimenta el pato.

## Tercer examen de Análisis Vectorial

- Especifique los detalles de su cálculo y escriba con pluma los resultados finales.

• Nombre:

Grupo:

1. Suponga que una partícula sigue la trayectoria  $c(t) = (4e^t, 6t^4, \cos t)$ . En el instante  $t_0 = 0$  la partícula sale de su trayectoria siguiendo ahora una trayectoria tangencial a la curva en dicho instante. Encuentre la coordenada de la partícula en el instante  $t_1 = 1$ .
2. Encuentre  $(\partial/\partial s)(f \circ T)(1, 0)$  en donde  $f(u, v) = \cos u \sin v$  y  $T(s, t) = (\cos(t^2 s), \log(\sqrt{1 + s^2}))$ .
3. Suponga que un pato nada siguiendo una trayectoria circular dada por  $x = \cos t$  y  $y = \sin t$  y la temperatura del agua está dada por  $T = x^2 e^y - xy^3$ . Encuentre  $dT/dt$  la razón de cambio de la temperatura que experimenta el pato.