



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Primer departamental de análisis vectorial

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 28 de marzo de 2025

Alumno: _____ Grupo: _____

Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. NO SE PERMITE EL USO DE FORMULARIO NI CALCULADORA. Celulares APAGADOS

I .- Para los vectores propuestos $\vec{u} = \langle 3, -2, 1 \rangle$ y $\vec{v} = \langle 4, \lambda_1, \lambda_2 \rangle$ determine los valores de λ 's para que dichos vectores sean,

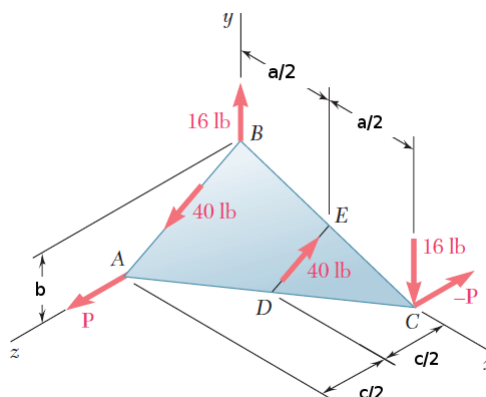
1. paralelos,
2. perpendiculares.

Si es que existen dichas λ 's.

II .- Los puntos $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$ $C(0, 0, c)$ pertenecen a un plano. Determine las coordenadas sobre dicho plano que tienen la menor distancia al origen.

III .- Demuestre que $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{B} + \vec{C}) \times (\vec{C} + \vec{A}) = 2\vec{A} \cdot \vec{B} \times \vec{C}$.

IV .- Una canica diminuta golpea la siguiente rampa,



Lo hace con velocidad $\vec{v} = (-2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})m/s$ y exactamente en el centro de la figura. Si se considera la pelota como puntual, el golpe totalmente elástico y sin efecto, determine las coordenadas del punto de contacto y la ecuación del plano del rebote. Se sabe que $a = 0,8 m$, $b = 0,1 m$ y $c = 0,4 m$.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Primer departamental de análisis vectorial

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 28 de marzo de 2025

Alumno: _____ Grupo: _____

Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. NO SE PERMITE EL USO DE FORMULARIO NI CALCULADORA. Celulares APAGADOS

I .- Una recta R_1 pasa por los puntos $(2,5,9)$ y $(6,0,10)$. Otra recta R_2 tiene como ecuación vectorial $\vec{R}_2 = \langle 8, 8, 0 \rangle + t\langle 2, 1, -3 \rangle$. Muestre de forma analítica si las siguientes afirmaciones son correctas o no,

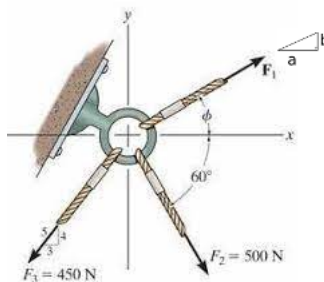
1. uno de los puntos mencionados es la intersección de las rectas,
2. las rectas son perpendiculares.

II .- Los puntos $A(3, 0, -1)$ y $B(-1, -2, 4)$ son vértices de un paralelogramo y $M(1, -1, 3)$ es su centro. Determine los otros vértices de dicha figura.

III .- Usando desarrollos vectoriales apropiados, demuestre que la distancia de un punto (x_o, y_o) a la recta $ax + by + c = 0$. se puede escribir como,

$$d = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

IV .- En la siguiente figura,



$\|\vec{F}_1\| = 200N$, $a = 8$ y $b = 6$. Usando esta información, escriba a \vec{F}_3 Usando a \vec{F}_1 y \vec{F}_2 como base.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Segundo departamental de análisis vectorial

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 3 de junio de 2025

Alumno: _____ Grupo: _____

Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. NO SE PERMITE EL USO DE FORMULARIO NI CALCULADORA. Celulares APAGADOS

I .- Un móvil se desplaza mediante,

$$\vec{a} = [e^t \hat{j} + e^{-t} \hat{k}] \text{ m/s}^2.$$

Sabiendo que en $t = 0$, $\vec{r} = [\hat{j} + \hat{k}] \text{ m}$ y $\vec{v} = [\sqrt{2}\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}] \text{ m/s}$. Determine sus ecuaciones de movimiento, $\vec{a}(0)$, la curvatura y el radio de curvatura para $t = 1 \text{ s}$.

II .- Un móvil se desplaza mediante,

$$\begin{aligned} x &= t^4, \\ y &= t^4 + 3. \end{aligned}$$

Determine la longitud de arco para $t \in [-1, 1]$.

Elimine el parámetro, obtenga su ecuación rectangular y enuncie sus propiedades.

III .- Para la siguiente familia $x^2 + 3y^2 = C$, determine otra que sea perpendicular a la primera tal que estos conjuntos nos permita construir un sistema de coordenadas. Bosqueje las familias.

IV .- Si un objeto se mueve en coordenadas polares están presentes los vectores unitarios \hat{e}_r y \hat{e}_θ . Usando su representación en coordenadas rectangulares, demuestre que,

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{e}_r}{dt} &= \dot{\theta}\hat{e}_\theta, \\ \frac{d\hat{e}_\theta}{dt} &= -\dot{\theta}\hat{e}_r. \end{aligned}$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Segundo departamental de análisis vectorial

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 5 de junio de 2025

Alumno: _____ Grupo: _____

Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. NO SE PERMITE EL USO DE FORMULARIO NI CALCULADORA. Celulares APAGADOS

I .- Cuando un *pequeño objeto* se mueve dentro de una cámara de niebla, su movimiento se puede describir mediante,

$$\vec{r} = [e^t \cos t \hat{i} + e^t \sin t \hat{j}] m.$$

Donde t se mide en segundos. Muestre que el ángulo entre \vec{r} y \vec{v} es constante e independiente del valor de t .

II .- Un móvil se desplaza mediante,

$$\vec{a} = [e^t \hat{j} + e^{-t} \hat{k}] m/s^2.$$

Sabiendo que en $t = 0$, $\vec{r} = [\hat{j} + \hat{k}] m$ y $\vec{v} = [\sqrt{2}\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}] m/s$. Determine sus ecuaciones de movimiento, $\vec{a}(0)$ y la ecuación de la recta tangente a la trayectoria en $t = 1 s$, es decir la trayectoria que seguiría el móvil si súbitamente se anulara la fuerza que lo impulsa en $t = 1 s$.

III .- Determine la velocidad y la aceleración de una partícula que se mueve bajo las ecuaciones,

$$\begin{aligned} r &= [3(1 + \sin t)] m, \\ \theta &= [e^{-t} - 1] rad. \end{aligned}$$

Donde t se mide en segundos.

IV .- Para un objeto que se mueve en el espacio, demuestre que,

$$\kappa = \frac{\left\| \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right\|}{\left\| \frac{d\vec{r}}{dt} \right\|^3}.$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Tercer departamental de análisis vectorial

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 25 de junio de 2025

Alumno: _____ **Grupo:** _____

Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. **NO SE PERMITE EL USO DE FORMULARIO NI CALCULADORA. Celulares APAGADOS**

I .- Para la función,

$$g(x, y) = 7\sqrt{1 - x^2 - y^2} - 9\sqrt{x}.$$

determine su dominio y realice un bosquejo detallado del mismo.

II .- Para la función $f = f(x, y, z)$, demuestre que el gradiente de f siempre es perpendicular a la superficie de nivel $f(x, y, z) = C$.

III .- Para la función,

$$h(x, y) = x^2 - 5xy,$$

determine la ecuación de la línea perpendicular a h en el punto $(2, 1)$.

IV .- Para $z = e^x \tan y$, donde $x = s^2 + t^2$ y $y = st$, determine $\frac{\partial z}{\partial t}$ cuando $s = 1$ y $t = 0$.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPTO DE FORMACIÓN BÁSICA



Tercer departamental de análisis vectorial

Prof: Benjamín López Carrera

Fecha: 25 de junio de 2025

Alumno: _____ Grupo: _____

Resuelva de la forma más clara, limpia y explícita posible cada uno de los ejercicios. El valor de cada ejercicio es de 2.5 pts. NO SE PERMITE EL USO DE FORMULARIO NI CALCULADORA. Celulares APAGADOS

I .- Para la función,

$$r = r(u, v),$$

donde,

$$u = u(\alpha, \beta), \quad v = v(\alpha, \beta),$$

y a su vez

$$\alpha = \alpha(x, y), \quad \beta = \beta(x, y).$$

Determine la diferencial total de r .

II .- Determine el siguiente límite,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = \frac{5x^2y}{2x^2 + 2y^2}.$$

III .- Para la función homogénea $f(x, y)$, haciendo $u = x/y$ o $y = ux$, demuestre que,

$$x \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} + y \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = n f(x, y).$$

IV .- Para la función $f(x, y) = y(y^2 - x^2, x^2 - y^2)$, muestre que,

$$\frac{y^2}{x} \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = f(x, y).$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

Análisis Vectorial

Unidad I. Espacios Euclidianos \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3



Nombre: _____ TIPO A

Instrucciones

Cada uno de los ejercicios tiene un valor de 20 pts. No se permite el uso de formularios. ¡Mucho éxito!

1. Sean $\hat{v}_1, \hat{v}_2, \hat{v}_3$ tres vectores unitarios en \mathbb{R}^3 y ortogonales entre sí. Si $\vec{v} = \alpha\hat{v}_1 + \beta\hat{v}_2 + \gamma\hat{v}_3$, con α, β y γ números reales. Mostrar que

- $\alpha = \vec{v} \cdot \hat{v}_1$
- $\beta = \vec{v} \cdot \hat{v}_2$
- $\gamma = \vec{v} \cdot \hat{v}_3$

¿Puede dar una interpretación geométrica de los resultados anteriores?

2. Hallar el volumen del paralelepípedo determinado por los vértices $(0, 1, 0), (1, 1, 1), (0, 2, 0)$ y $(3, 1, 2)$.
3. Considere los puntos $P(1, 3, 2)$ y $Q(-1, -1, -3)$. Determine los puntos de intersección de la recta que pasa por P y Q con los planos coordenados, si es que existen.
4. Calcule la distancia del punto $P(3, 1, -1)$ al plano $2x + y - z = 6$ y determine el punto Q sobre el plano, que es el más cercano a P .
5. Demuestre la propiedad

$$\vec{u} \times (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w}) \quad (1)$$

donde \vec{u}, \vec{v} y \vec{w} son vectores en el espacio.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
Análisis Vectorial
Unidad I. Espacios Euclidianos \mathcal{R}^2 y \mathcal{R}^3



Nombre: _____ TIPO B

Instrucciones

Cada uno de los ejercicios tiene un valor de 20 pts. No se permite el uso de formularios. ¡Mucho éxito!

1. Sean \vec{u} y \vec{v} dos vectores en el plano y sea λ un número real. Mostrar que el área del paralelogramo determinado por \vec{u} y $\vec{v} + \lambda\vec{u}$ es la misma que la del determinado por \vec{u} y \vec{v} .
2. Si \vec{a} y \vec{b} son dos vectores en \mathcal{R}^3 **no paralelos**, tales que $\vec{c} = (\alpha + \beta - 1)\vec{a} + (\alpha + \beta)\vec{b}$, $\vec{d} = (\alpha - \beta)\vec{a} + (2\alpha - \beta + 1)\vec{b}$. Determine α y β tales que $\vec{c} = 3\vec{d}$.
3. Considere los puntos $P(1, 3, -2)$, $Q(1, -1, 3)$ y $\vec{n} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$. Determine el punto de intersección de la recta que pasa por P en dirección de \vec{n} y el plano que pasa por Q perpendicular a \vec{n} .
4. Calcule la distancia del punto $P(2, 3, 0)$ al plano $5x + y + z = 1$ y determine el punto Q sobre el plano, que es el más cercano a P .
5. Sean $\vec{u} = (2, 1)$, $\vec{v} = (-2, 3)$ y $\vec{w} = (1, -4)$ vectores en el plano, determine
 - $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$
 - Verifique que se cumple la regla del término medio con el inciso anterior.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
Análisis Vectorial
Unidad II. Cálculo diferencial vectorial



Nombre: _____ TIPO A

Instrucciones

Cada uno de los ejercicios tiene un valor de 20 pts. No se permite el uso de formularios. ¡Mucho éxito!

1. Obtenga una ecuación vectorial para la recta tangente a la curva de intersección de los cilindros $x^2 + y^2 = 25$ y $y^2 + z^2 = 20$ en el punto $P(3, 4, 2)$.
2. Si $\vec{r} = (x, y, z)$, $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ y $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, demuestre que la ecuación vectorial $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{r} - \vec{b}) = 0$ representa una esfera, determine su centro y radio. Recuerde que la ecuación de una esfera con centro en $C(h, k, l)$, de radio r es $(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - l)^2 = r^2$.
3. Determine las ecuaciones del plano tangente y la recta normal a la superficie $z = x^2 + y^2$ en el punto $P(1, 2, 5)$.
4. Sean $\vec{A} = 3xyz^2\hat{i} + 2xy^3\hat{j} - x^2yz\hat{k}$ y $\phi = 3x^2 - yz$. En el punto $P(1, -1, 1)$, determine
 - La divergencia de $\phi\vec{A}$.
 - La divergencia del gradiente de ϕ .
5. Un campo vectorial se conoce como irrotacional cuando su rotacional es cero. Probar que el campo $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$ es irrotacional. Recuerde que $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ y $r = |\vec{r}|$.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
Análisis Vectorial
Unidad III. Cálculo integral vectorial



Nombre: _____ TIPO A

Instrucciones

Cada uno de los ejercicios tiene un valor de 20 pts. No se permite el uso de formularios. ¡Mucho éxito!

1. Sea $\vec{F} = 2y\hat{i} - z\hat{j} + x\hat{k}$. Evalúe $\int_C \vec{F} \times d\vec{r}$ a lo largo de la curva $x = \cos(t)$, $y = \sin(t)$ y $z = 2\cos(t)$, de $t = 0$ a $t = \frac{\pi}{2}$.
2. Sea $\vec{A} = (4xy - 3x^2z^2)\hat{i} + 2x^2\hat{j} - 2x^3z\hat{k}$. Demuestre que $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ es independiente de la curva C que une a dos puntos dados. ¿Hay una función diferenciable ϕ tal que $\vec{A} = \nabla\phi$? En caso afirmativo, determine la función ϕ .
3. Evalúe las integrales
 - $\iint_R \sin^2(x) dA$ donde R está acotada por $y = \cos(x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ y $y = 0$.
 - $\iint_R \cos(\sqrt{x^2 + y^2}) dA$, donde R es el disco con centro en el origen y radio 2.
 - $\iiint_R (xy + z^2) dV$, donde R es la caja limitada por $[0, 2] \times [0, 1] \times [0, 3]$.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
Análisis Vectorial
Unidad III. Cálculo integral vectorial



Nombre: _____ TIPO B

Instrucciones

Cada uno de los ejercicios tiene un valor de 20 pts. No se permite el uso de formularios. ¡Mucho éxito!

1. Sea $\vec{A} = -x\hat{j}$ y $\vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$. Evalúe $\oint_C (\vec{A} \times \vec{B}) \times d\vec{r}$ alrededor de la circunferencia en el plano xy , con centro en el origen y con radio igual a 2, que se recorre en la dirección positiva.
2. a) Demuestre que $\vec{F} = (y^2 \cos(x) + z^3)\hat{i} + (2y \sin(x) - 4)\hat{j} + (3xz^2 + 2)\hat{k}$ es un campo de fuerzas conservativo. b) Determine el potencial escalar para \vec{F} . c) Calcule el trabajo realizado cuando un objeto se mueve en este campo, de $(0, 1, -1)$ a $(\frac{\pi}{2}, -1, 2)$.
3. Evalúe las integrales
 - invirtiendo el orden de integración $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \sqrt{y^3 + 1} dy dx$
 - $\iint_R \sin(x^2 + y^2) dA$, donde R es la región del primer cuadrante entre las circunferencias con centro en el origen y radios 1 y 3.
 - $\int_1^2 \int_0^{2z} \int_0^{\ln(x)} x e^{-y} dy dx dz$.



ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

Instrucciones: Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

1._ (a) Desarrollar y simplificar la expresión

$$(7\mathbf{A} + 3\mathbf{B} - \mathbf{C}) \cdot (-3\mathbf{A} + \mathbf{B} - 5\mathbf{C}) \times (2\mathbf{A} + 3\mathbf{B} - 4\mathbf{C})$$

(b) Comprobar el resultado para $\mathbf{A} = [2, -5, -4]$, $\mathbf{B} = [3, 2, -1]$ y $\mathbf{C} = [7, -1, 1]$.

2._ Sean dos rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 en el plano xy con pendientes m_1 y m_2 respectivamente. Si $\alpha = \angle(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2)$ es el ángulo entre las rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 . Demostrar que

$$\tan \alpha = \frac{|m_1 - m_2|}{1 + m_1 m_2}$$

3._ Hallar la distancia del punto $P_1 = (5, -4, -2)$ al plano \mathcal{P} , donde

$$\mathcal{P} : \begin{cases} x = u - 3v + 5 \\ y = 2u - v - 3 \\ z = 5u - v + 2 \end{cases}$$

4._ Hallar la ecuación de la recta \mathcal{L}_2 que pasa por el punto $A = (7, -1, 4)$ y que es paralela a la recta \mathcal{L}_1 , donde $\mathcal{L}_1 = \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$ es la intersección de los planos \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 , con

$$\mathcal{P}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 7y + z = -9\} \quad \text{y} \quad \mathcal{P}_2 : \begin{cases} x = 2u - 3v - 1 \\ y = u + v + 2 \\ z = 5u - v - 3 \end{cases}$$

5._ Dados los vectores $\vec{a}_1 = -2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{a}_2 = \hat{i} - 5\hat{j} - \hat{k}$ y $\vec{a}_3 = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$. (a) Comprobar que son no coplanares. (b) Obtener con dichos vectores a los vectores \vec{b}_1 , \vec{b}_2 y \vec{b}_3 . (c) Para el vector $\vec{d} = -5\hat{i} + 2\hat{j} - 7\hat{k}$, comprobar que

$$\vec{d} = (\vec{d} \cdot \vec{b}_1)\vec{a}_1 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_2)\vec{a}_2 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_3)\vec{a}_3$$



ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

Instrucciones: Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

1._ (a) Desarrollar y simplificar la expresión

$$(4\mathbf{A} - 2\mathbf{B} + \mathbf{C}) \cdot (5\mathbf{A} - \mathbf{B} + 3\mathbf{C}) \times (\mathbf{A} + 3\mathbf{B} - 2\mathbf{C})$$

(b) Comprobar el resultado para $\mathbf{A} = [2, -1, 1]$, $\mathbf{B} = [5, -2, -3]$ y $\mathbf{C} = [-4, 1, -1]$.

2._ Sean dos rectas \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 en el plano xy con pendientes no nulas m_1 y m_2 respectivamente. Demostrar que $\mathcal{L}_1 \perp \mathcal{L}_2$, \mathcal{L}_1 es perpendicular a \mathcal{L}_2 , si $m_2 = -1/m_1$.

3._ Hallar la ecuación del plano \mathcal{P}_2 que dista 13 unidades del plano \mathcal{P}_1 , donde

$$\mathcal{P}_1 : \begin{cases} x = u - 2v + 5 \\ y = 2u + v - 3 \\ z = 4u - v - 2 \end{cases}$$

4._ Hallar la distancia del punto $P_1 = (1, 7, -5)$ a la recta \mathcal{L} , donde $\mathcal{L} = \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$ es la intersección de los planos \mathcal{P}_1 y \mathcal{P}_2 , con

$$\mathcal{P}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 5x + y - 5z = 1\} \quad \text{y} \quad \mathcal{P}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 2y + z = -5\}$$

5._ Dados los vectores $\vec{a}_1 = \hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$, $\vec{a}_2 = 5\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ y $\vec{a}_3 = 3\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$. (a) Comprobar que son no coplanares. (b) Obtener con dichos vectores a los vectores \vec{b}_1 , \vec{b}_2 y \vec{b}_3 . (c) Para el vector $\vec{d} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, comprobar que

$$\vec{d} = (\vec{d} \cdot \vec{b}_1)\vec{a}_1 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_2)\vec{a}_2 + (\vec{d} \cdot \vec{b}_3)\vec{a}_3$$



ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

Instrucciones: Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

1._ Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse

$$36x^2 + 81y^2 + 216x - 810y - 567 = 0$$

en el punto que corresponde al valor de $t = \frac{2\pi}{3}$.

2._ Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie S representada por

$$S : \begin{cases} x = u^2 - v^2 + 7u - 2v + 4 \\ y = u^3 + v^2 - 2u - v + 3 \\ z = 3u^2 - 2v^2 + 3u + v + 5 \end{cases}$$

para $u = -1$ y $v = -1$.

3._ Para la función $\mathbf{f}(x, y) = [e^{5x^2-2y^2}, \ln(7-3x^2+5y^2), \arctan(\frac{y}{x})]$, calcular $D\mathbf{f}$.

4._ Para las funciones $f(u, v, w) = 5u^3v^2w^3$ y $\mathbf{g}(x, y, z) = [e^{-x^2y^2z^3}, x^2y^3z^2, e^{-xyz}]$ aplicar el segundo caso especial de la regla de la cadena para calcular la derivada de $f \circ \mathbf{g}$.

5._ Dada la función vectorial $\mathbf{f} = (3x^2y^2z^3 - 6xy^2 + 7z^2)\mathbf{i} + (2x^3yz^3 - 6x^2y + 3y^2z)\mathbf{j} + (3x^3y^2z^2 + 14xz + y^3)\mathbf{k}$. a) Mostrar que $\nabla \times \mathbf{f} = \mathbf{0}$. b) Hallar una función escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.



ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

Instrucciones: Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

1._ Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse

$$9x^2 + 8y^2 + 36x - 96y - 144 = 0$$

en el punto que corresponde al valor de $t = \frac{5\pi}{3}$.

2._ Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $S : \phi(x, y, z) = 7x^3y^2z^3 - 5x^2y^2 + 2x^3z^3 - 3y^2z^3 - 5x + 3y + 99$ en el punto $P_0 = (-1, -1, 2)$.

3._ Para la función $\mathbf{f}(x, y) = [\exp(\frac{x^3}{y^2}, \sqrt{xy}, \exp(7 - 3x^2 - y^2))]$, calcular $D\mathbf{f}$.

4._ Para las funciones $f(u, v, w) = 5u^3v^3w^2$ y $\mathbf{g}(x, y, z) = [e^{-2x^2+5y^2-3z^2}, e^{-7x^3+3y^2-z^3}, \ln(100-5x^2-3y^3+2z^2)]$ aplicar el segundo caso especial de la regla de la cadena para calcular la derivada de $f \circ \mathbf{g}$.

5._ Dada la función vectorial $\mathbf{f} = (14xy^3z^2 - 10xz - 9)\mathbf{i} + (21x^2y^2z^2 + 6yz^3 + 3)\mathbf{j} + (14x^2y^3z - 5x^2 + 9y^2z^2 + 5)\mathbf{k}$. a) Mostrar que $\nabla \times \mathbf{f} = \mathbf{0}$. b) Hallar una función escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.



ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

Instrucciones: Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

- 1._ Calcular el área de la superficie del paraboloides invertido $z = 64 - x^2 - y^2$ acotado por los planos coordenados yz y zx en el primer octante.
- 2._ Calcular el trabajo $W = \int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}$ que realiza una fuerza $\mathbf{f} = 5xy^2\mathbf{i} - 3x^2y^2\mathbf{j}$ aplicada a una partícula que se mueve a lo largo la curva C que es la parte de la elipse $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{25} = 1$ en el primer cuadrante.
- 3._ Para la función vectorial $\mathbf{f} = (x^2y^3z^3 - x^4y^5 - 4y)\mathbf{i} + (x^3y^2z^3 - x^5y^4 + 2y^3z^4 - 4x + 2z)\mathbf{j} + (x^3y^3z^2 + 2y^4z^3 + 2y)\mathbf{k}$
 - a) Demostrar que es conservativo.
 - b) Hallar el potencial escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.
 - c) Comprobar que $\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \phi(P_f) - \phi(P_i)$, donde $P_i = (-1, -1, -1)$ y $P_f = (1, 1, 1)$ y C es cualquier curva que una dichos puntos.
- 4._ Comprobar el teorema de Green en el plano para la región encerrada entre las curvas $y = \sqrt{x}$ y $y = x$. Siendo $\mathbf{f} = 3xy^2\mathbf{i} - 5x^2y\mathbf{j}$.
- 5._ Si $\vec{f} = 4yz^2\hat{i} - 3xz\hat{j} + 2xy\hat{k}$, calcular $\oiint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$, donde S es la superficie cerrada que se forma con el cilindro parabólico $z = 25 - x^2$ acotado por los planos $y = 0$ y $y = 13$ en el primer octante.



ANÁLISIS VECTORIAL
Prof. Jesús Ortuño Araujo.



Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

Instrucciones: Resuelve completa y correctamente cada uno de los siguientes ejercicios y problemas.

- 1._ Calcular el área de la superficie del paraboloide invertido $z = 36 - x^2 - y^2$ acotado por los planos coordenados yz y zx en el primer octante.
- 2._ Calcular el trabajo $W = \int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r}$ que realiza una fuerza $\mathbf{f} = -5xy^2\mathbf{i} + 2x^2y^2\mathbf{j}$ aplicada a una partícula que se mueve a lo largo la curva C que es la parte de la elipse $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$ en el primer cuadrante.
- 3._ Para la función vectorial $\mathbf{f} = (x^2y^3 + 3yz - 15x^2z^3 + 2z)\mathbf{i} + (x^3y^2 + yz^2 + 3xz)\mathbf{j} + (y^2z + 3xy - 15x^3z^2 + 2x)\mathbf{k}$
 - a) Demostrar que es conservativo.
 - b) Hallar el potencial escalar ϕ tal que $\mathbf{f} = \nabla\phi$.
 - c) Comprobar que $\int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = \phi(P_f) - \phi(P_i)$, donde $P_i = (-1, -1, -1)$ y $P_f = (1, 1, 1)$ y C es cualquier curva que una dichos puntos.
- 4._ Comprobar el teorema de Green en el plano para la región encerrada entre las curvas $y = x^2$ y $y = x$. Siendo $\mathbf{f} = 4xy^2\mathbf{i} - 3x^2y\mathbf{j}$.
- 5._ Si $\vec{f} = -5yz\hat{i} - 3xz\hat{j} + 4x^2y\hat{k}$, calcular $\oiint_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$, donde S es la superficie cerrada que se forma con el cilindro parabólico $z = 16 - x^2$ acotado por los planos $y = 0$ y $y = 10$ en el primer octante.